Méthode d'analyse de modèles environnementaux intégrant plusieurs échelles

Jean-Christophe POGGIALE [1], Pierre AUGER [2]

[1] Centre d'Océanologie de Marseille (OSU)

Laboratoire de Microbiologie, de Géochimie et d'Ecologie Marines (UMR 6117)

Case 901 – Campus de Luminy – 13288 Marseille Cedex 09

poggiale@com.univ-mrs.fr

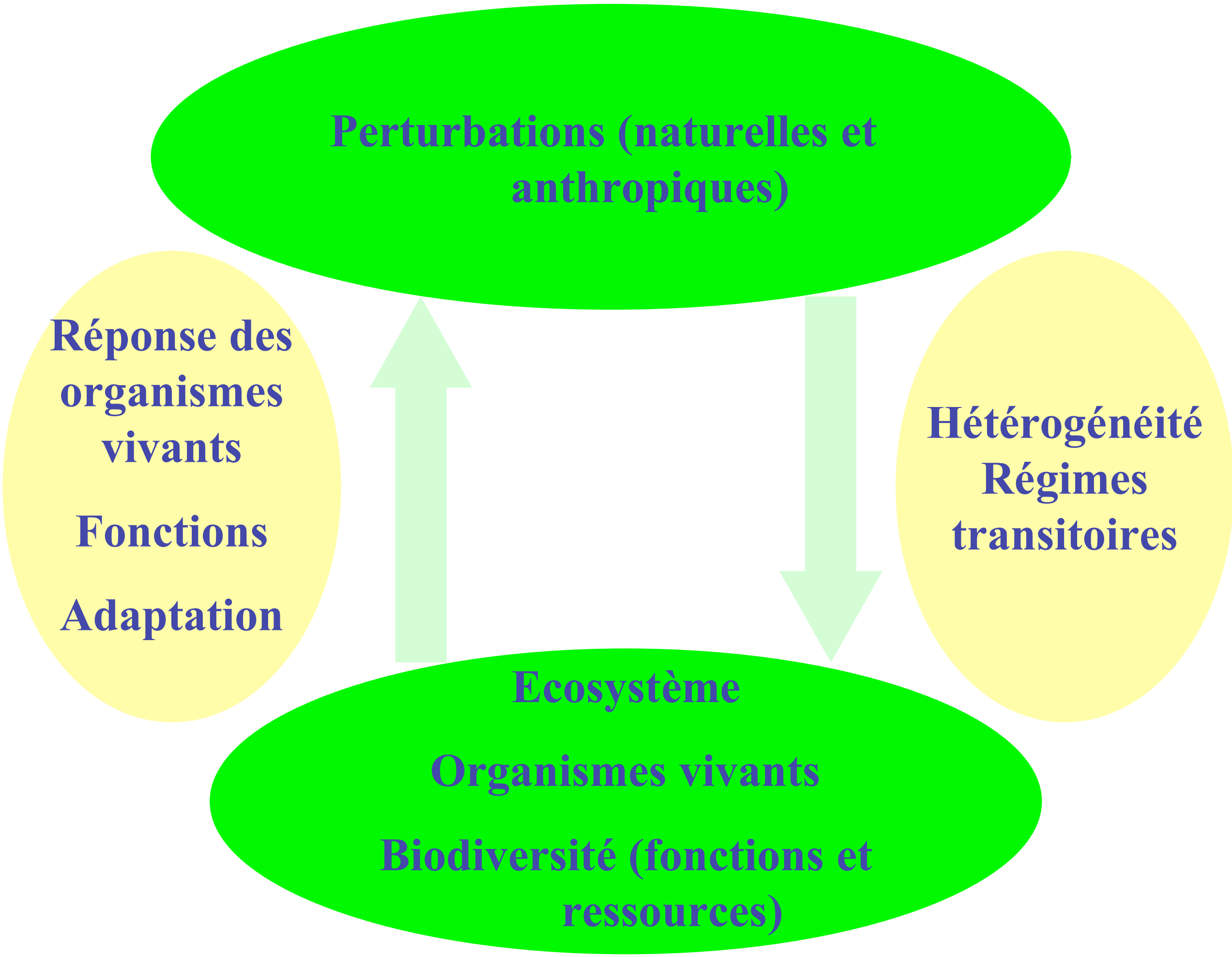
[2] Institut de Recherche pour le Développement (IRD)

Bondy – UR GEODES

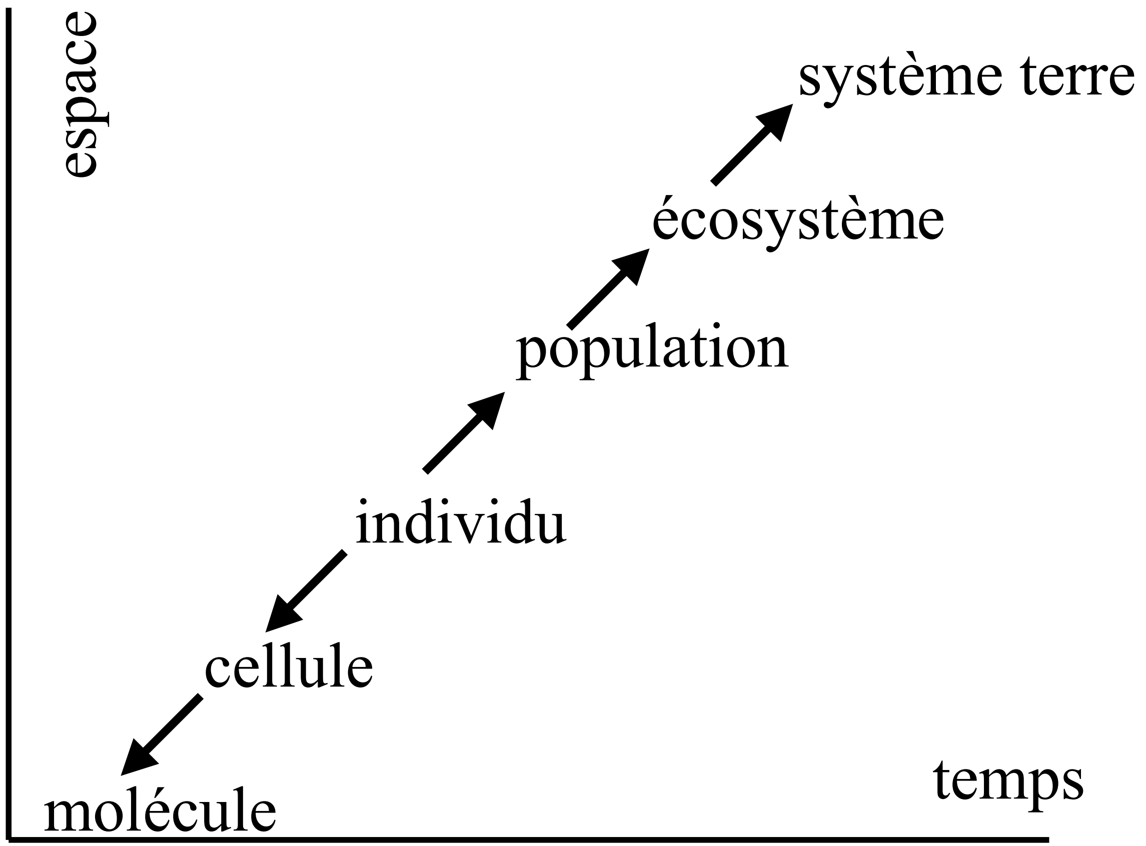
Les niveaux d'organisation

Molécule	Ecologie Moléculaire
Cellule	Biologie cellulaire - Biochimie
Organe	
Organisme – Individu	Biologie des organismes
Population	
Peuplement	Dynamique des populations
	Génétique des populations
Communauté	
Ecosystème	Biogéochimie

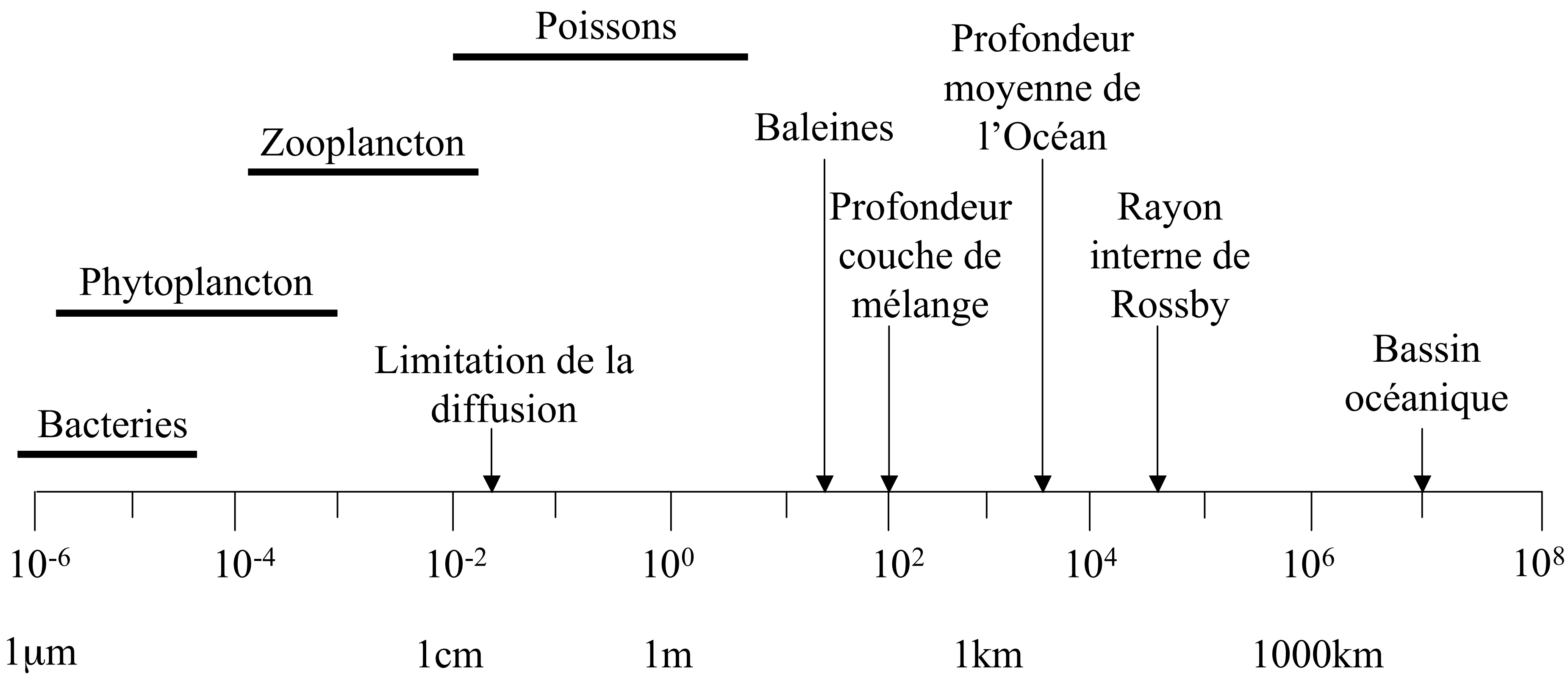
Enjeu actuel de la recherche en écologie



Echelles d'espace et de temps



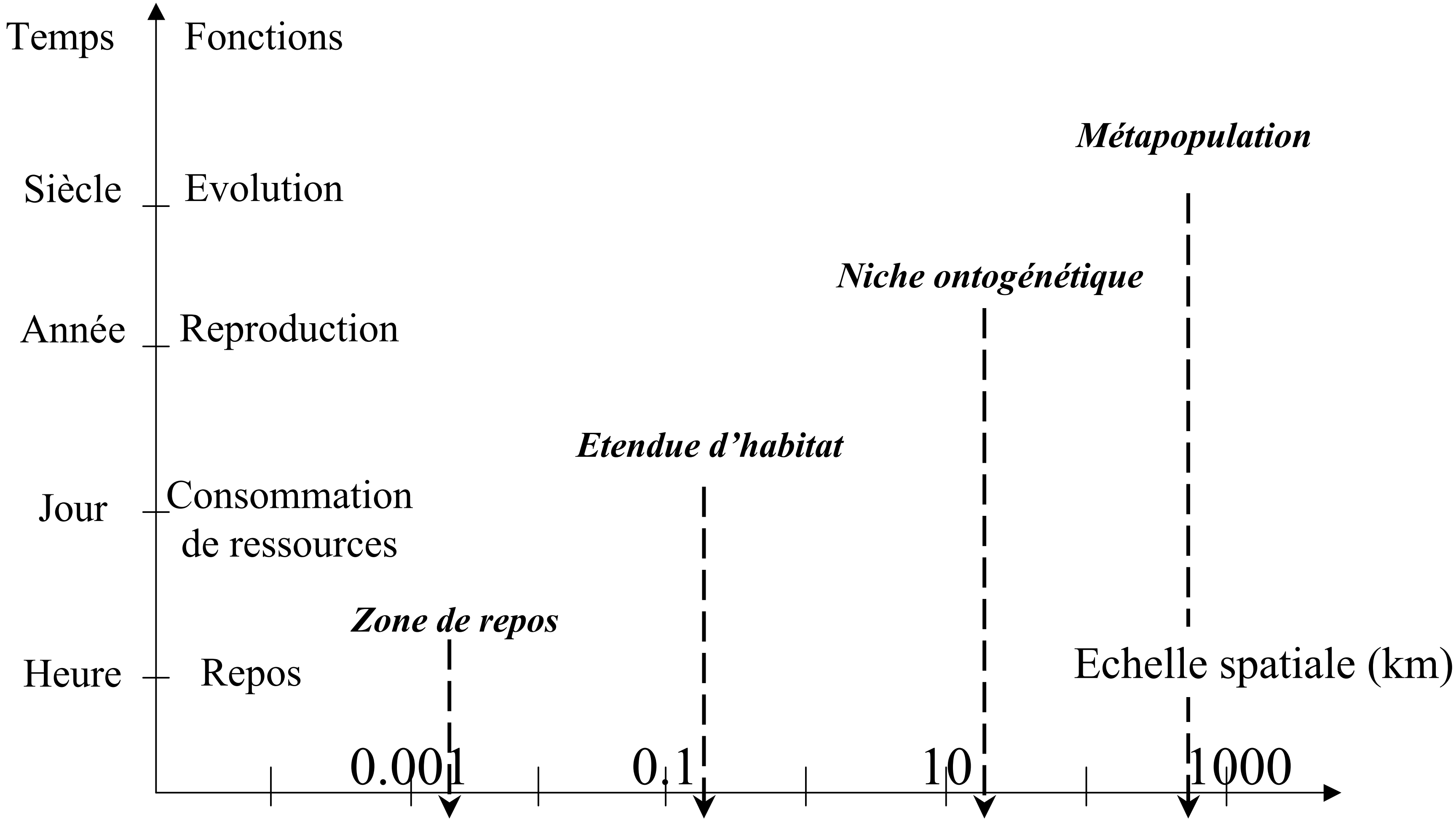
Quelques échelles biologiques et physiques caractéristiques des écosystèmes marins



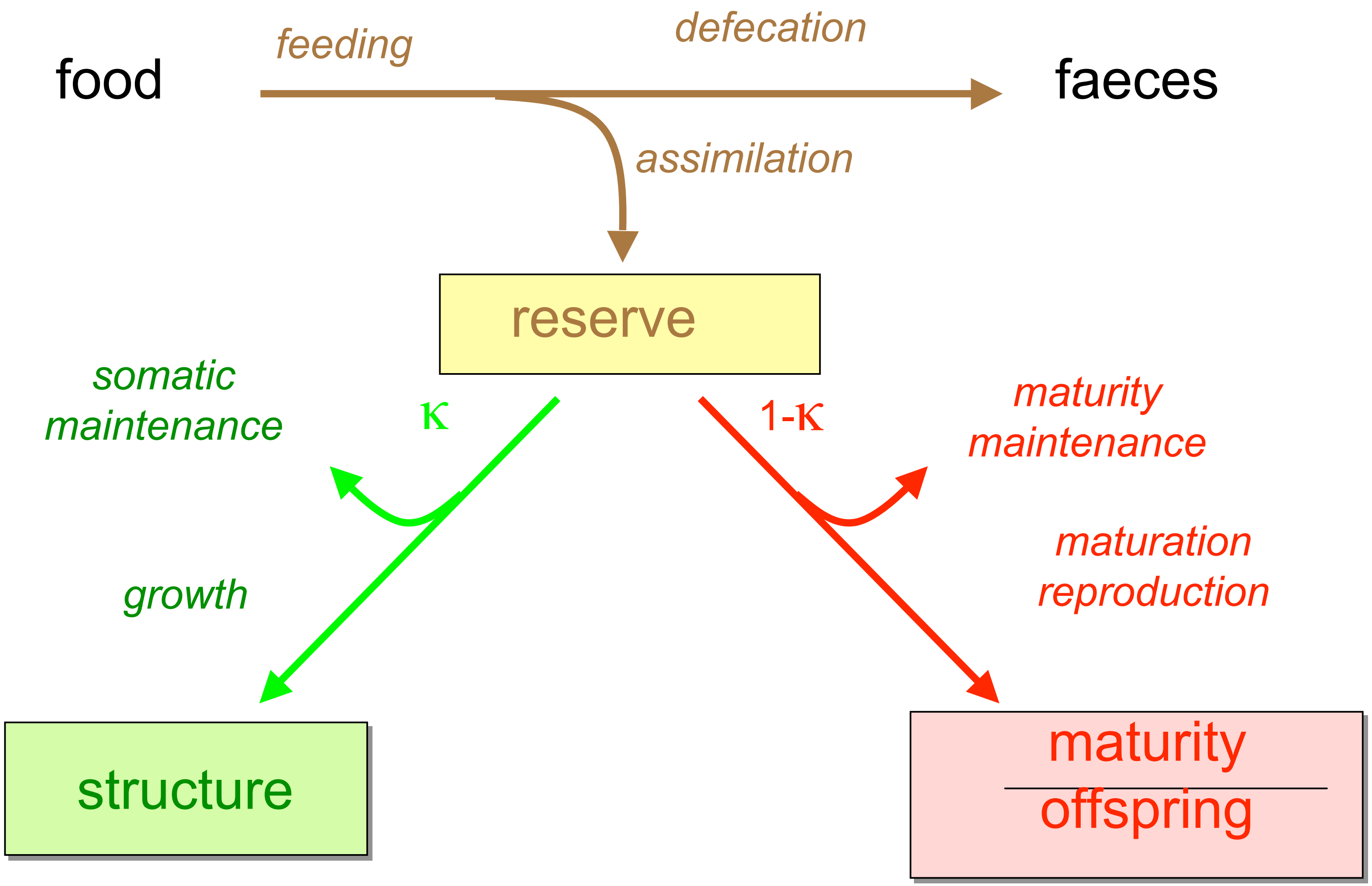
Modifié d'après Mann & Lazier, 1996 (Dynamics of Marine Ecosystems)

Echelles d'espace et de temps

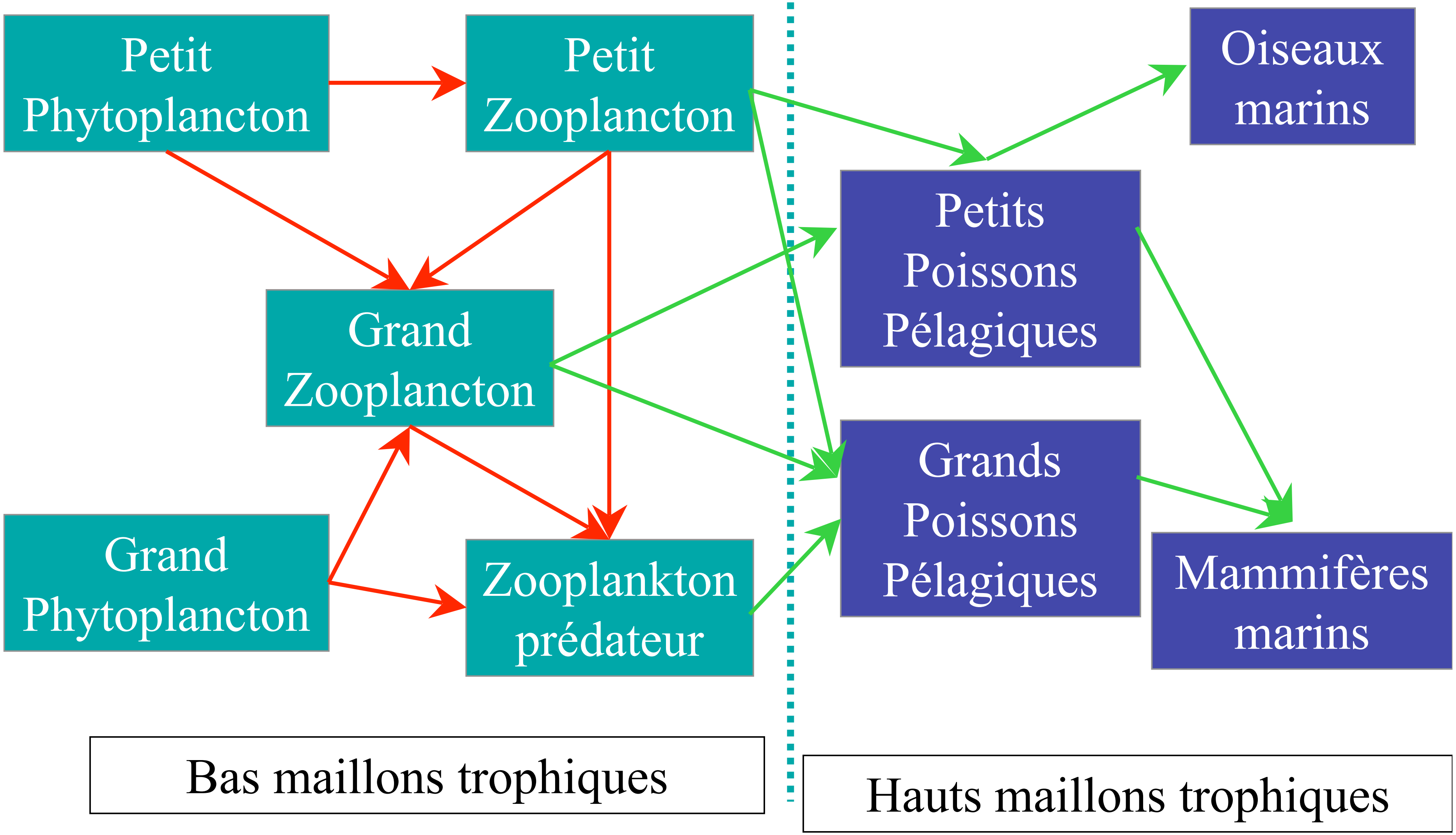
Exemple : les 4 types majeurs d'habitats fondés sur les activités des poissons en rivière



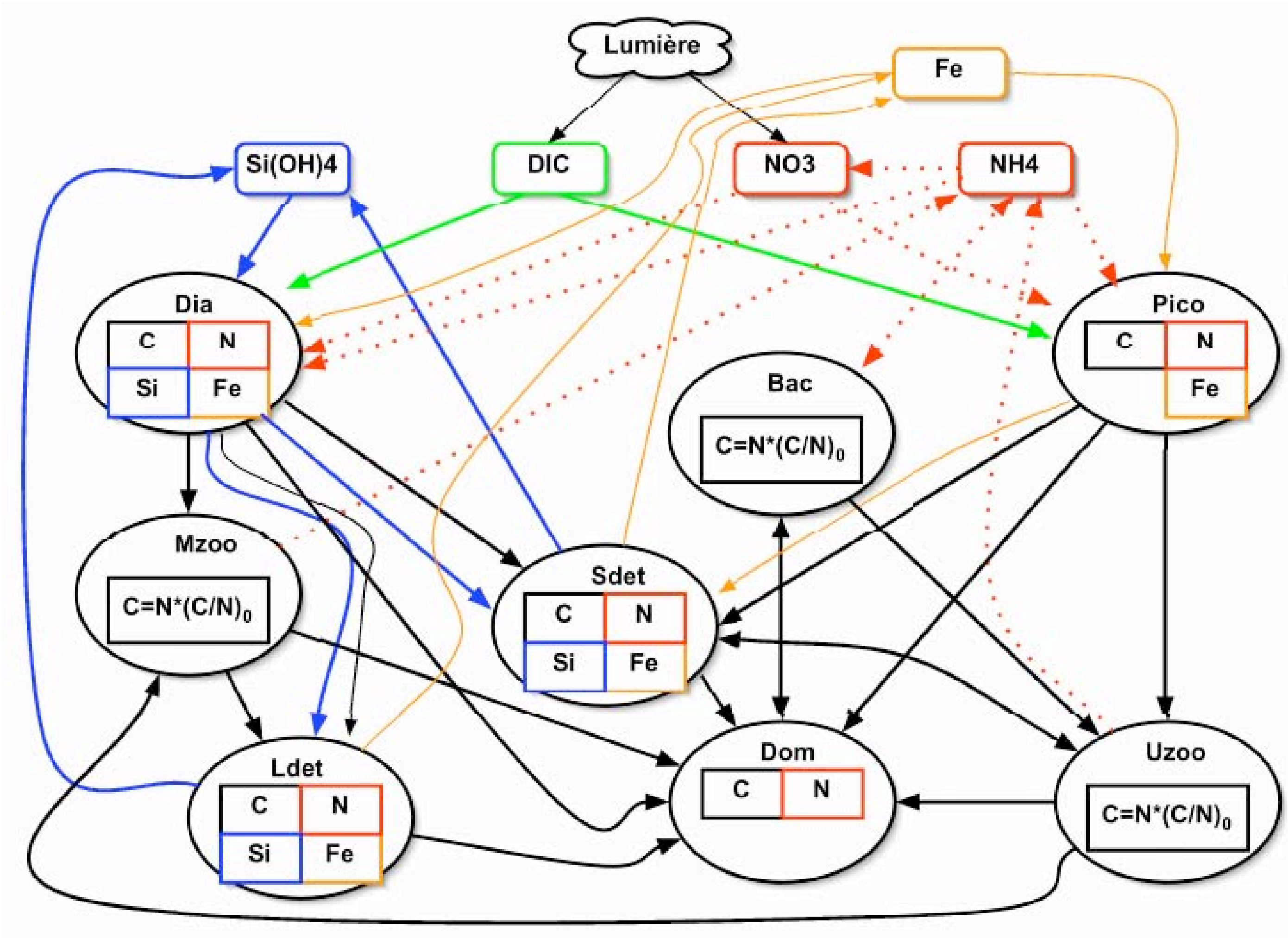
Modèles énergétiques (DEB)



Exemple d'approche écosystémique

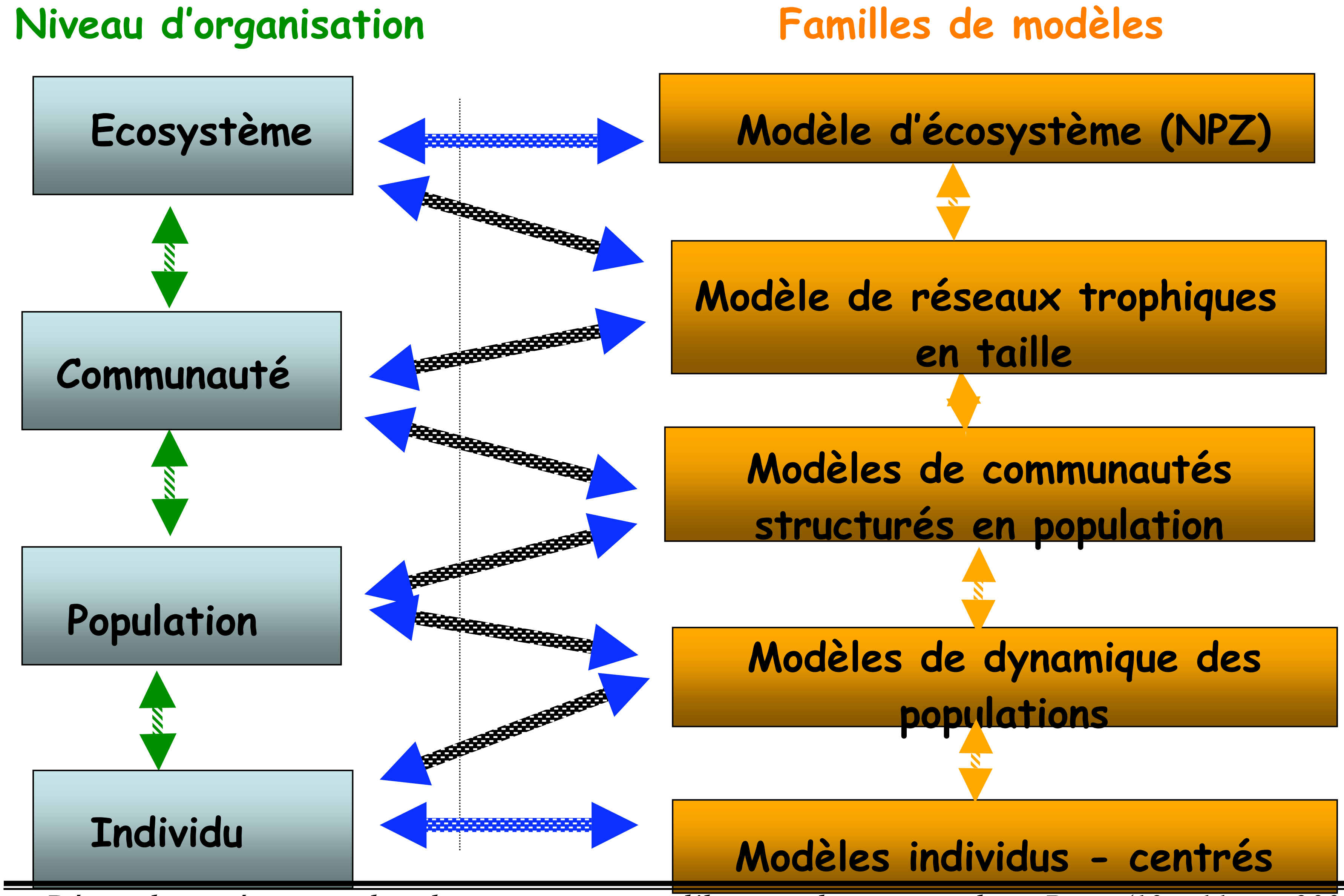


Modèles biogéochimiques



Mongin, M., D.M. Nelson and P. Pondaven.; U.S. JGOFS Synthesis & Modeling Project - Data. U.S. JGOFS. iPub: June 2005. ***'date you accessed the data'*** **http://usjgofs.whoi.edu/las/servlets/datasets**

Modèles et niveaux d'organisation



Modélisation “GLOBEC”

- Comment représenter les structures biologiques dans les modèles trophiques?

- Structures biologiques :
  – à l’intérieur des cycles de vie
  – à l’intérieur de chaque population
  – à l’intérieur des groupes fonctionnels trophiques

- Comment trouver un compromis entre les détails nécessaires au réalisme, les degrés de libertés et la nécessaire simplicité d’un modèle permettant d’en apprendre quelque chose?

- Comment prendre en compte une structure d’un grand spectre d’échelles spatiales et temporelles pour l’échantillonnage et la modélisation ?

Agrégation des variables en écologie

Micro – variables (niveau détaillé)

(Iwasa, Andreasen, Levin, 1987, 1989)

$$X = (X_1, X_2, \ldots, X_N), \quad N >> 1$$

$$\boxed{\frac{dX}{dt} = f(X)}$$

Macro – variables (niveau macroscopique) : variables agrégées

$$Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_n), \quad n < N \qquad Y_i = Y_i(\ldots X_j \ldots)$$

$$\boxed{\frac{dY_i}{dt} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial Y_i}{\partial X_j} F_j(X)} \quad \boxed{= G(Y)} \; ?$$

Théorie Géométrique des perturbations singulières

$$\frac{dx}{d\tau} = f(x, y)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = \varepsilon g(x, y)$$

Pourquoi a t'on besoin de théorèmes?

• Les idées intuitives sont utilisées partout (Hypothèse du pseudo-équilibre, hypothèse adiabatique…)

• Complexité des techniques mathématiques utilisées

Top – down et bottom – up

$$\dot{x} = f(x, y, 0)$$
$$\dot{y} = 0$$

$$x \rightarrow x^*(y)$$

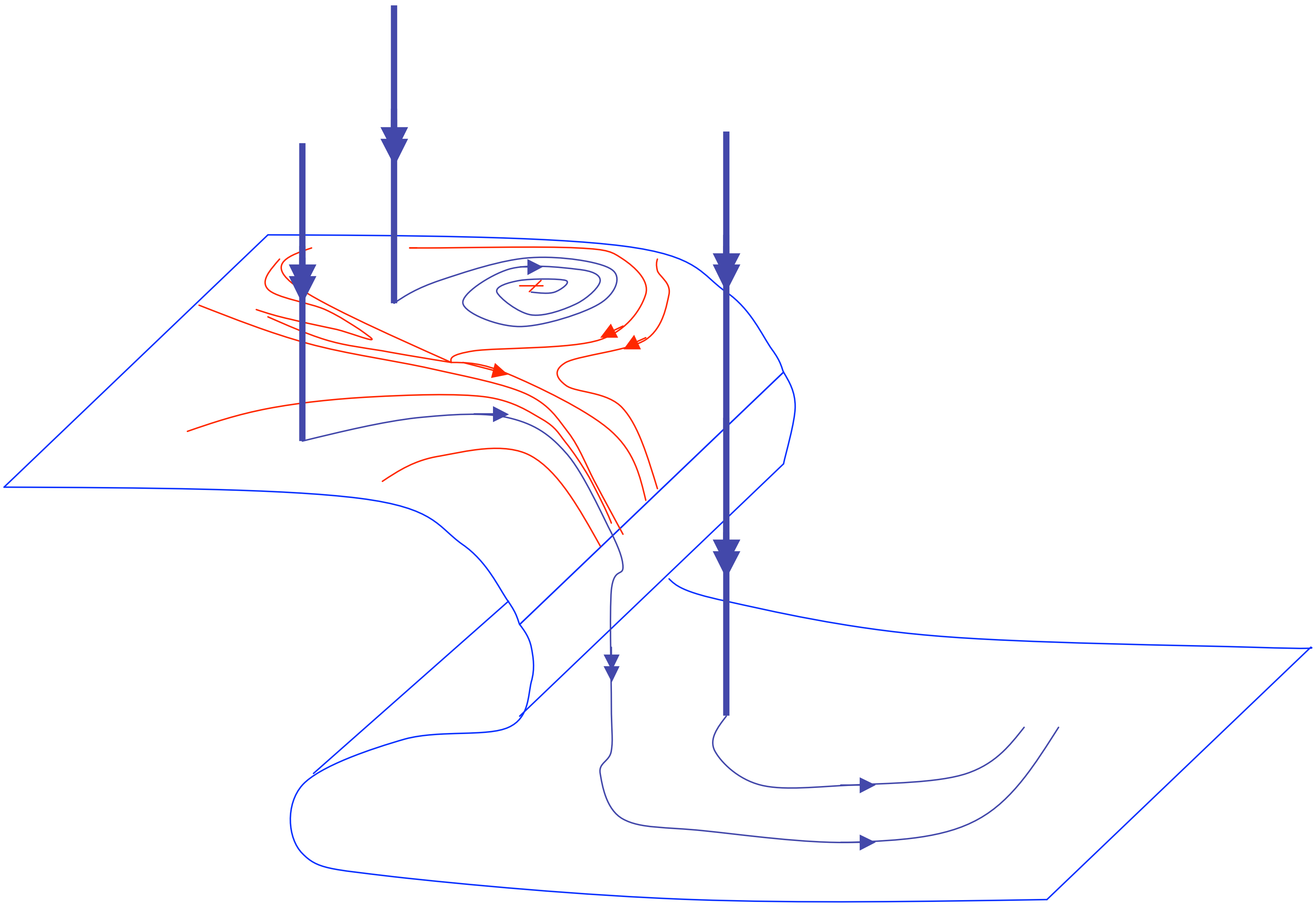
Contrôle Top – down

$$\dot{x} = f(x, y, \varepsilon)$$
$$\dot{y} = \varepsilon g(x, y, \varepsilon)$$

$$\longrightarrow$$

$$x = x^*(y, \varepsilon)$$
$$\dot{y} = \varepsilon g\left(x^*(y, \varepsilon), y, \varepsilon\right) = G(y, \varepsilon)$$

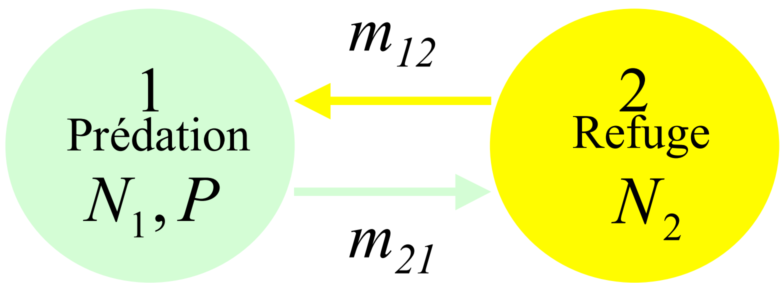
Transfert Bottom – up



Théorie Géométrique des perturbations singulières

Pourquoi a t'on besoin de théorèmes?

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{d\tau} = m_{12}N_2 - m_{21}N_1 + \varepsilon N_1\left(r_1 - a_1 P\right) \\ \dfrac{dN_2}{d\tau} = m_{21}N_1 - m_{12}N_2 + \varepsilon r_2 N_2 \\ \dfrac{dP}{d\tau} = \varepsilon P\left(e b_1 N_1 - \mu\right) \end{cases}$$



System lent – rapide

$$N = N_1 + N_2 \longrightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{d\tau} = m_{12}N - \left(m_{12} + m_{21}\right)N_1 + \varepsilon N_1\left(r_1 - a_1 P\right) \\ \dfrac{dN}{d\tau} = \varepsilon\left(\left(r_1 - r_2\right)N_1 + r_2 N - a_1 N_1 P\right) \\ \dfrac{dP}{d\tau} = \varepsilon P\left(e b_1 N_1 - \mu\right) \end{cases}$$

Théorie Géométrique des perturbations singulières

Pourquoi a t'on besoin de théorèmes?

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{d\tau} = m_{12}N - (m_{12}+m_{21})N_1 + \varepsilon N_1(r_1 - a_1 P) \\ \dfrac{dN}{d\tau} = \varepsilon\left((r_1 - r_2)N_1 + r_2 N - a_1 N_1 P\right) \\ \dfrac{dP}{d\tau} = \varepsilon P(eb_1 N_1 - \mu) \end{cases}$$

Rapide

Lent

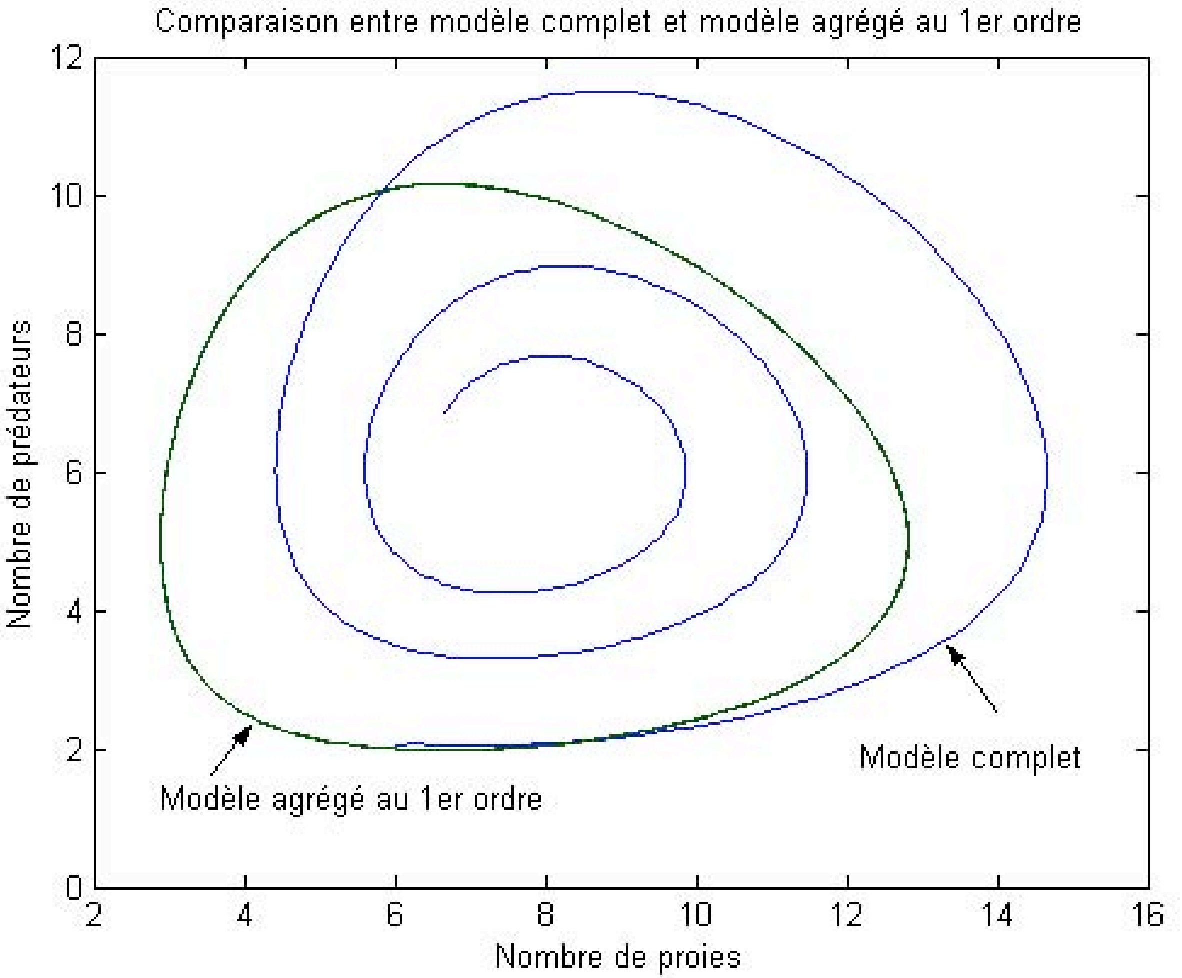
$$N_1^* = \frac{m_{12}N}{m_{12}+m_{21}} \qquad N_2^* = \frac{m_{21}N}{m_{12}+m_{21}}$$

$$t = \varepsilon\tau \qquad a = a_1\frac{N_1^*}{N} \qquad r = r_1\frac{N_1^*}{N} + r_2\frac{N_2^*}{N}$$

$$\boxed{\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = rN - aNP \\ \dfrac{dP}{dt} = eaNP - \mu P \end{cases}}$$

Théorie Géométrique des perturbations singulières

Pourquoi a t'on besoin de théorèmes?



Théorie Géométrique des perturbations singulières

Pourquoi a t'on besoin de théorèmes?

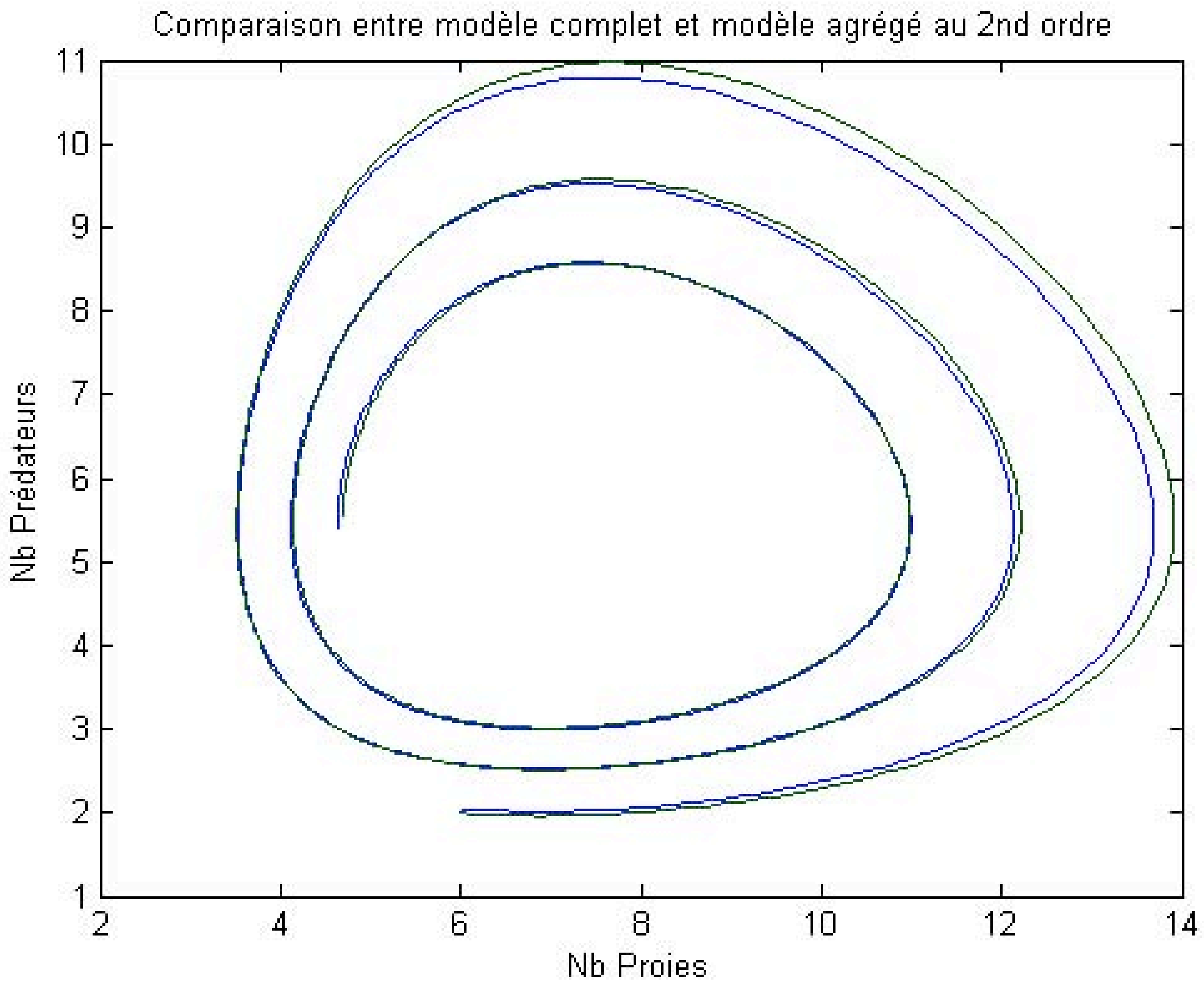
$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = rN - aNP + \boxed{\varepsilon N\omega_1(N;P)(r_1 - r_2 - a_1 P)} \\ \dfrac{dP}{dt} = eaNP - \mu P + \boxed{\varepsilon NPea_1\omega_1(N;P)} \end{cases}$$

Théorème de Fenichel

où $\omega_1(N;P) = \dfrac{N_1^* N_2^* (r_1 - r_2 - a_1 P)}{N^2 (m_{12} + m_{21})}$

Théorie Géométrique des perturbations singulières

Pourquoi a t'on besoin de théorèmes?



Exemple : la réponse fonctionnelle

$$\frac{dx}{d\tau} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{ax}{b+x}y$$

$$\frac{dy}{d\tau} = \varepsilon y\left(e_1 \frac{ax}{b+x} - \mu_1\right)$$

Nombre de proies consommées par prédateur et par unité de temps

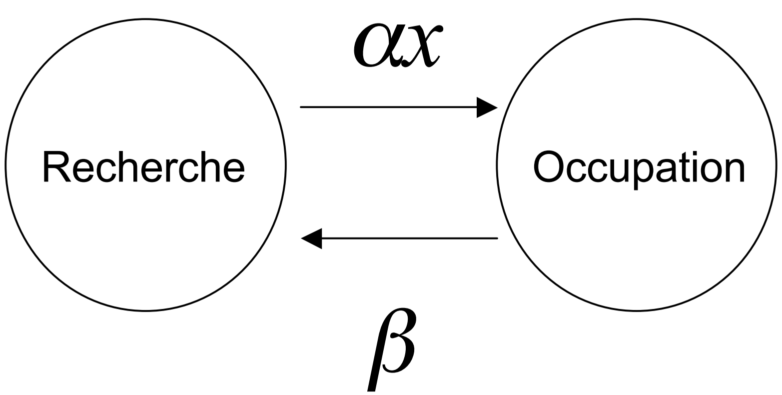
- La réponse fonctionnelle agit à l'échelle de la population

- La réponse fonctionnelle est fondée sur des propriétés individuelles

Mécanisme de la réponse fonctionnelle de Holling

$$g(x) = \frac{ax}{b+x}$$

Holling type II (équation du disque)



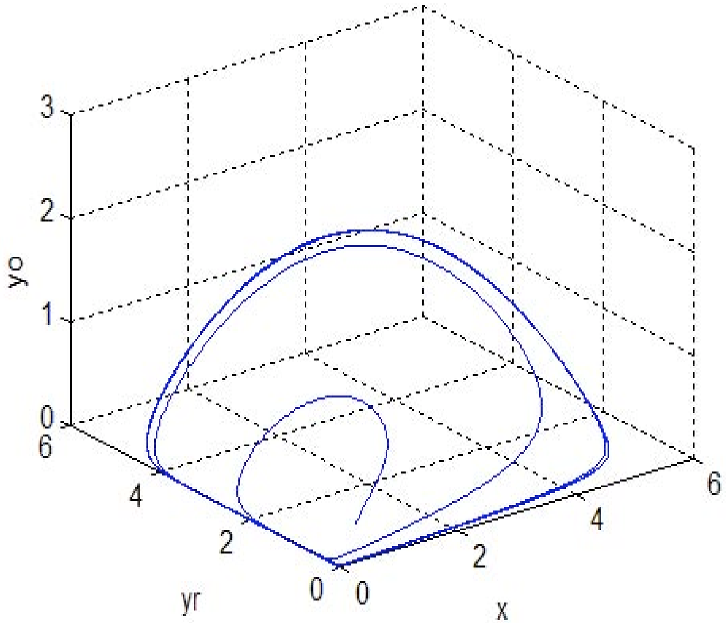
$$\frac{dx}{d\tau} = \varepsilon\left(xr(x) - axy_r\right)$$

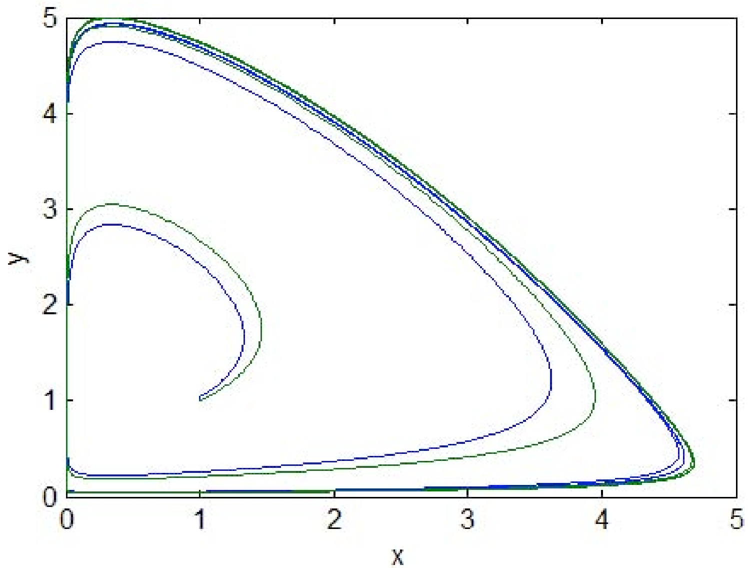
$$\frac{dy_r}{d\tau} = -\alpha x y_r + \beta y_o + \varepsilon\left(eaxy_r - \mu y_r\right)$$

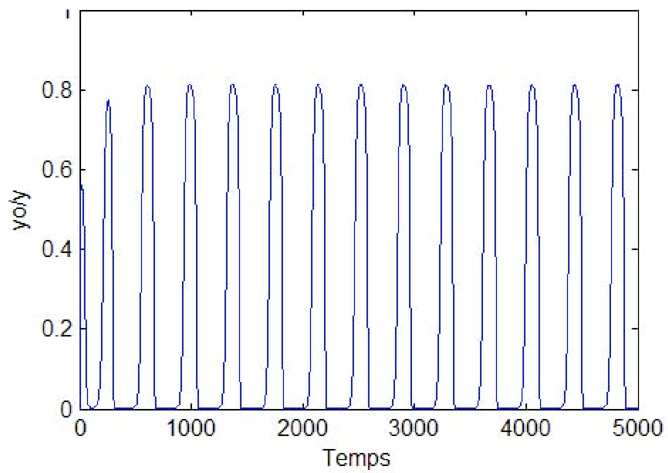
$$\frac{dy_o}{d\tau} = \alpha x y_r - \beta y_o - \varepsilon \mu y_o$$

$$y = y_r + y_o \qquad y_r \to \frac{\beta}{\alpha x + \beta} y \qquad g(x) = \frac{a\beta x}{\alpha x + \beta}$$

Mécanisme de la réponse fonctionnelle de Holling







Conclusion

- Intégration des processus physiques et biologiques à différentes échelles

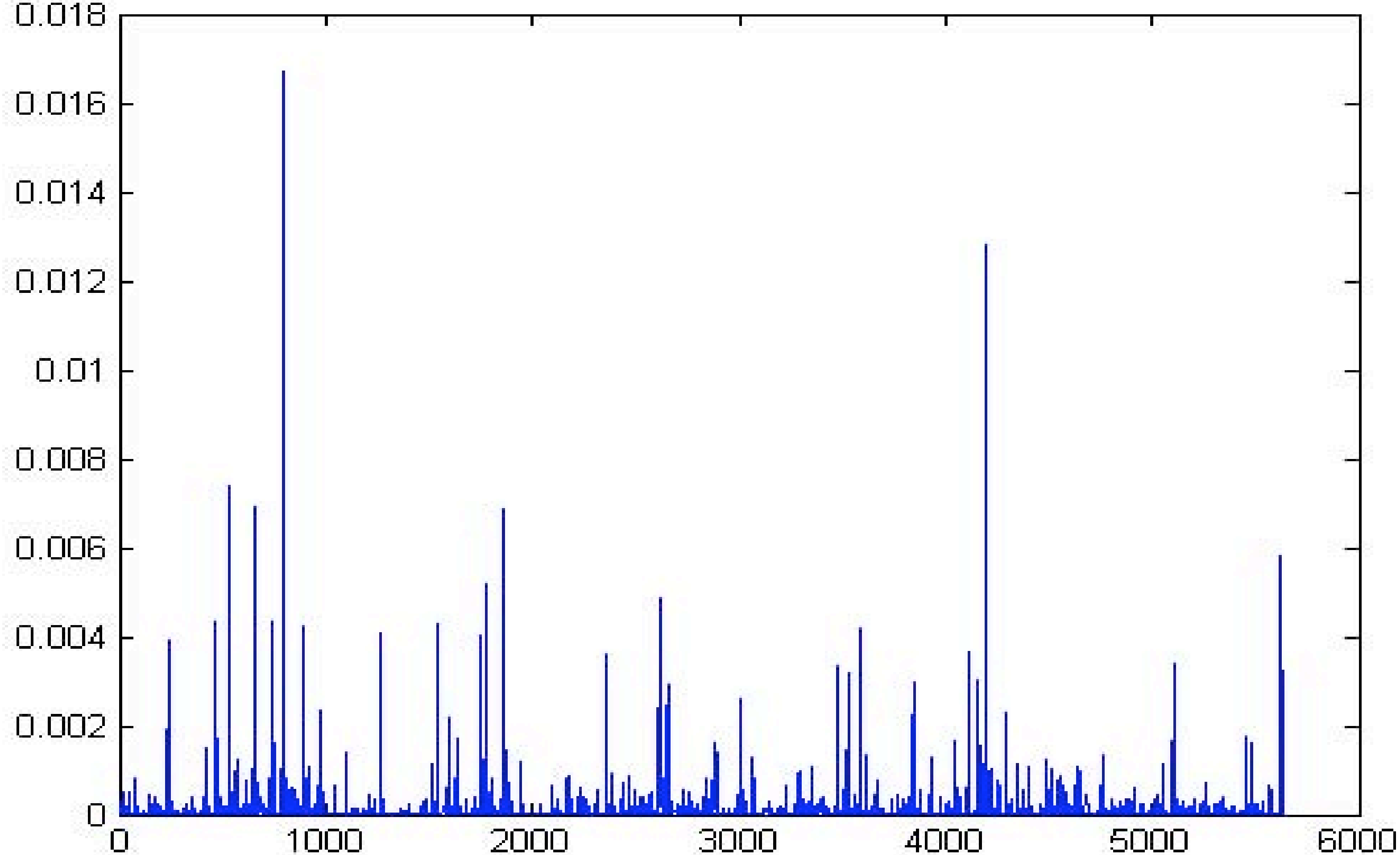
- Développement de méthodes d'analyse opérationnelles permettant d'aborder des modèles mathématiques de plus en plus complexes

- Développement de formulations adaptées aux modifications permanentes environnementales subies par les organismes

- Mieux appréhender le rôle des organismes vivants dans le fonctionnement des écosystèmes (pluridisciplinarité : approches moléculaires, chimiques et biochimiques, modélisation, etc.)

Impact de l'hétérogénéité environnementale sur la biodiversité

Disponibilité des nutriments à l'échelle cellulaire



Impact de l'hétérogénéité environnementale sur la biodiversité

$$\frac{dS}{dt} = f(t) - G_1(S)Q_1N_1 - G_2(S)Q_2N_2$$

$$\frac{dQ_1}{dt} = (G_1(S) - m_1)Q_1 - \varepsilon r_1(Q_1 - Q_{m,1})$$

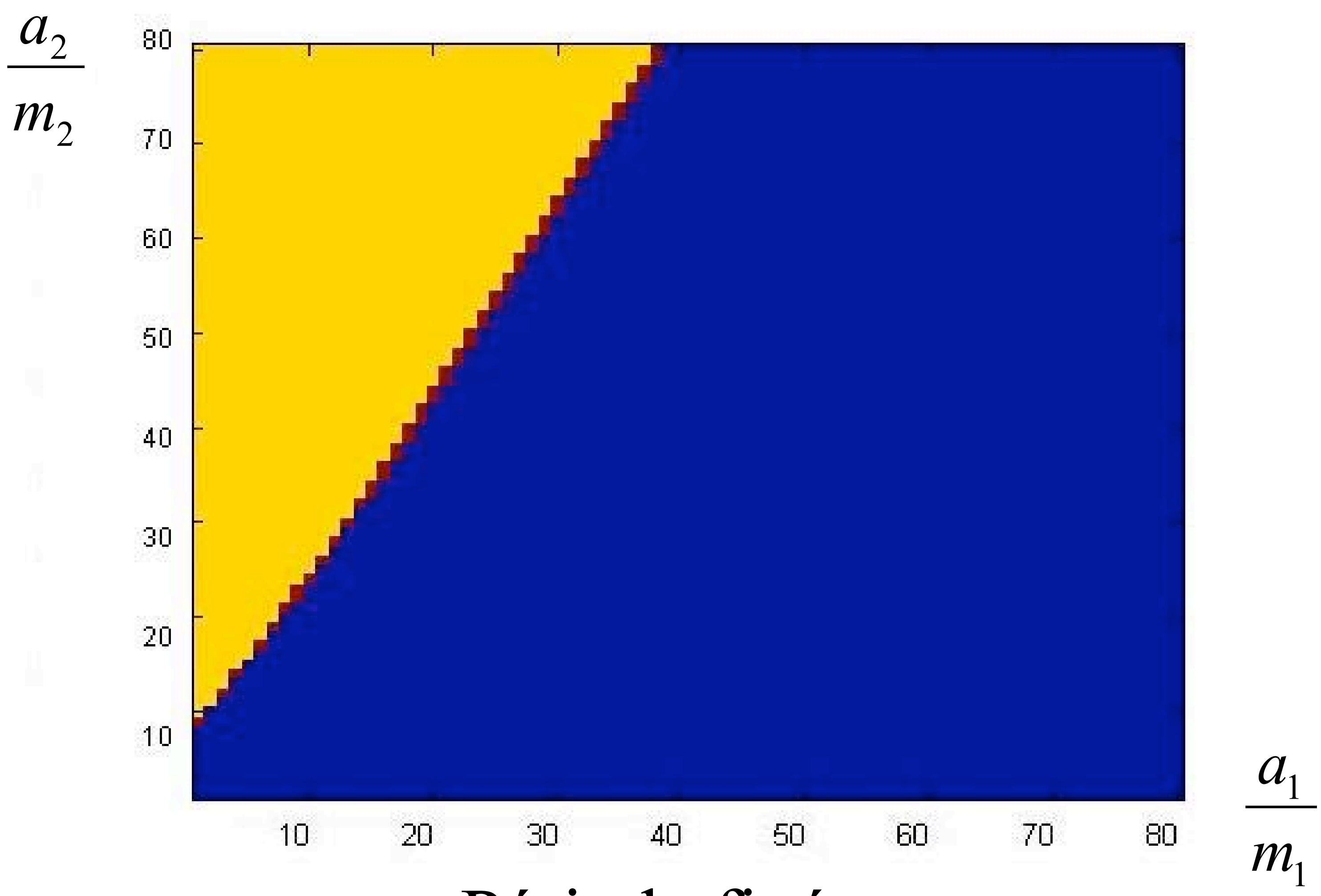
$$\frac{dQ_2}{dt} = (G_2(S) - m_2)Q_2 - \varepsilon r_2(Q_2 - Q_{m,2})$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \varepsilon r_1 N_1\left(1 - \frac{Q_{m,1}}{Q_1}\right)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \varepsilon r_2 N_2\left(1 - \frac{Q_{m,2}}{Q_2}\right)$$

with $G_i(S) = \dfrac{m_i S}{\gamma_i(a_i + S)}$

Impact de l'hétérogénéité environnementale sur la biodiversité



Période fixée

Impact de l’hétérogénéité environnementale sur la biodiversité