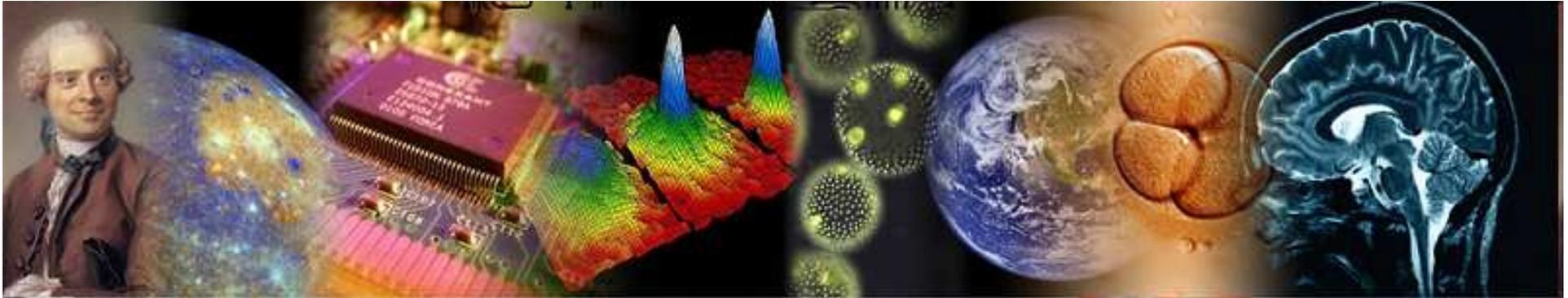


---

# Crises en Physique



Transitions de phase  
Instabilités, Chaos et Turbulence  
Intermittence et Hétérogénéités

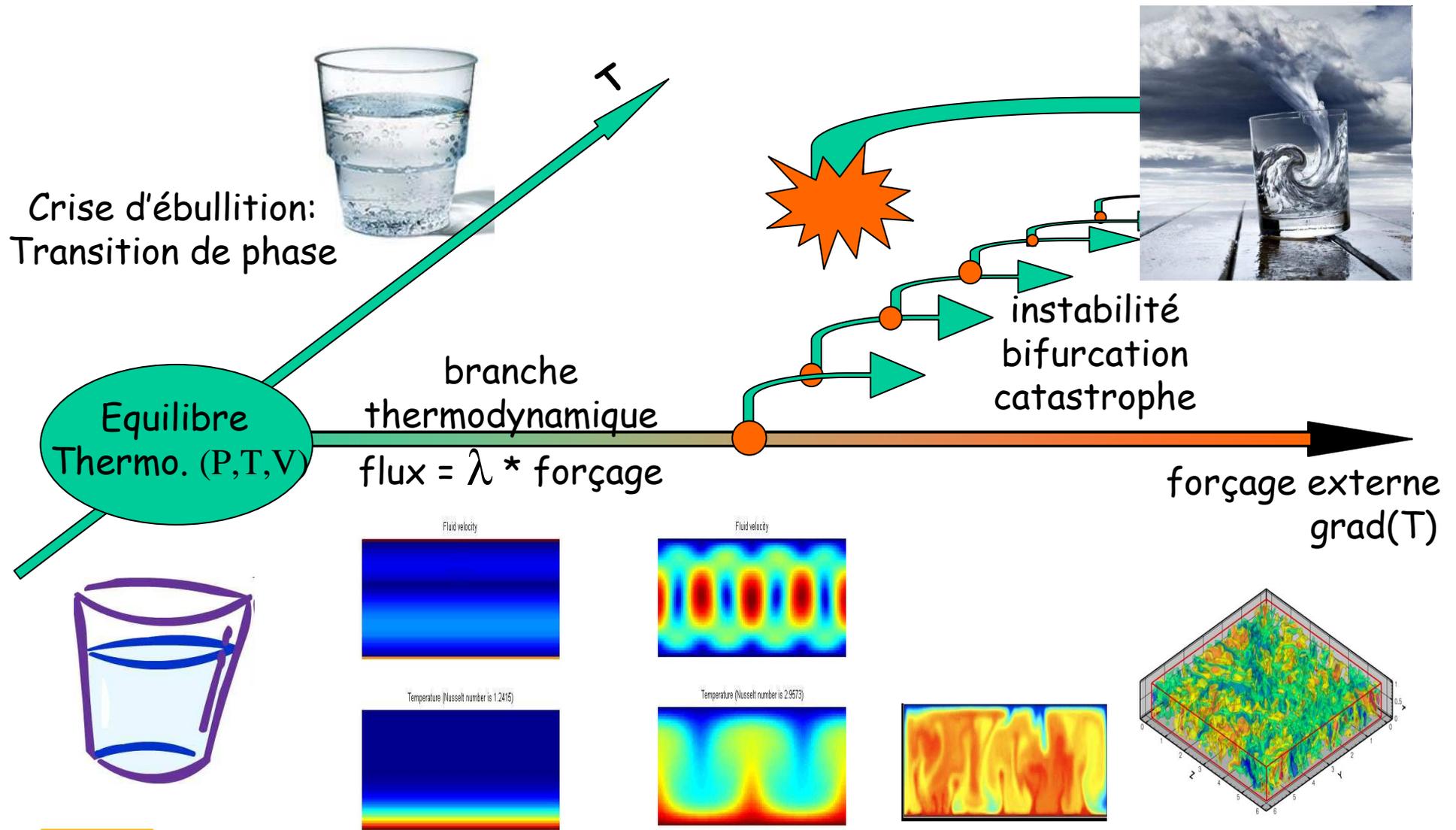
Olivier Dauchot, CEA-Saclay

# Sommaire

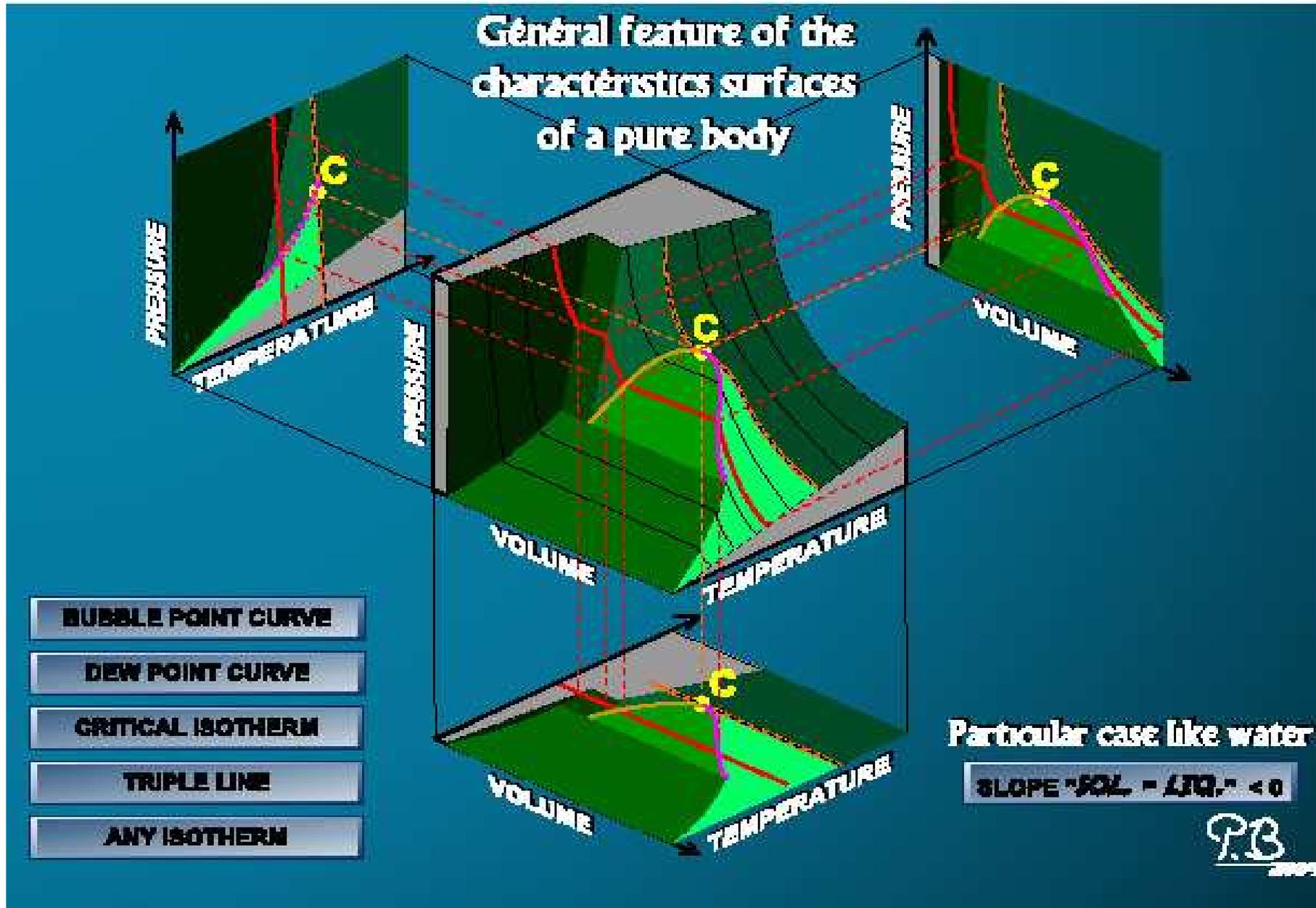
---

- Introduction : Phénomène critique, Catastrophes, Chaos, Turbulence, Avalanches
- Transition de phase à l'équilibre : l'ébullition
  - Opalescence critique : fluctuations à toutes les échelles
- Instabilité :
  - Diagramme de Bifurcation
  - Cascade de Feigenbaum, Chaos, Déterminisme et Prédicibilité
- Turbulence
  - A la Landau, cascade de Richardson et scaling de Kolmogorov
  - Intermittence : Bouffées turbulentes et filaments de vorticité
  - Turbulence sous-critique et coexistence laminaire turbulent
- Synthèse et Perspectives
  - Autres phénomènes de crises
  - Crises présentes et crises à venir...

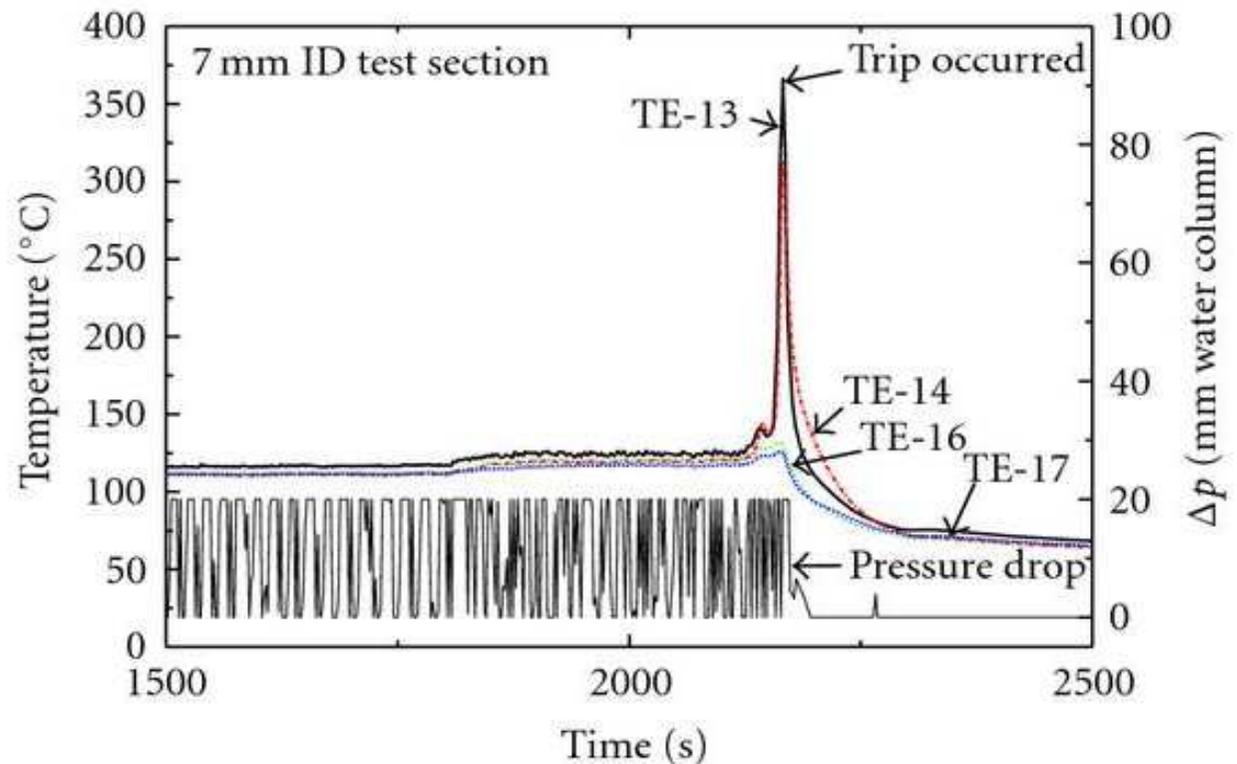
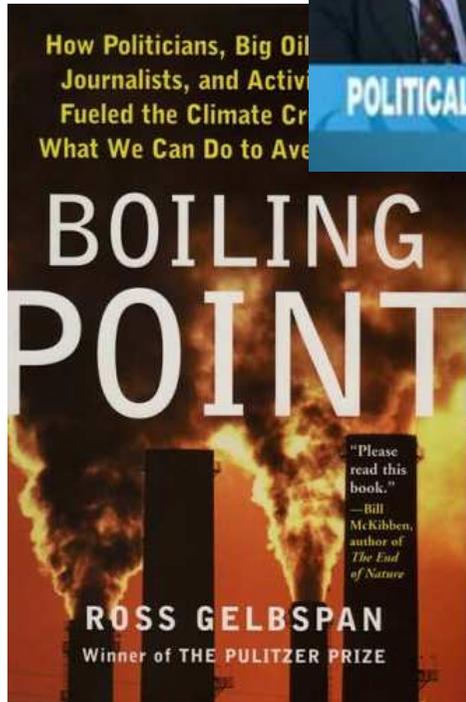
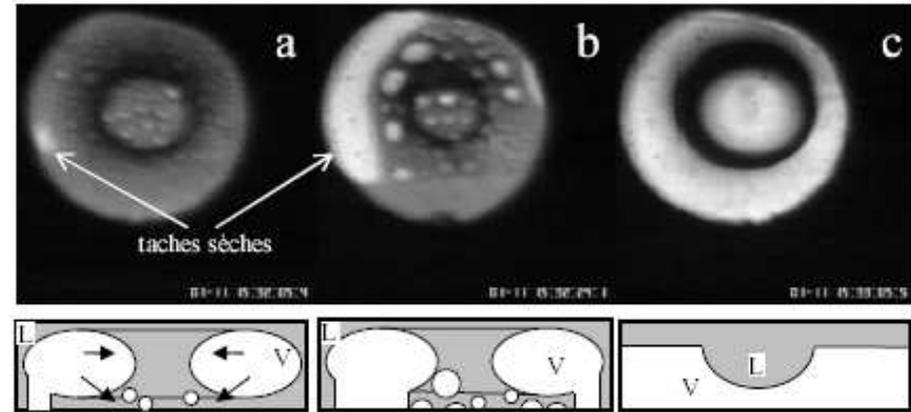
# De l'équilibre à la turbulence : les crises en physique



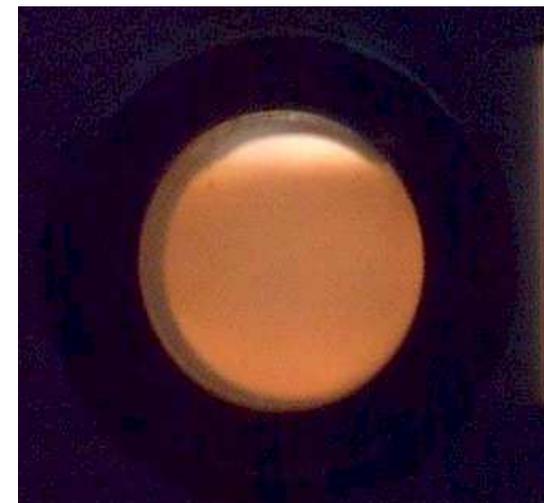
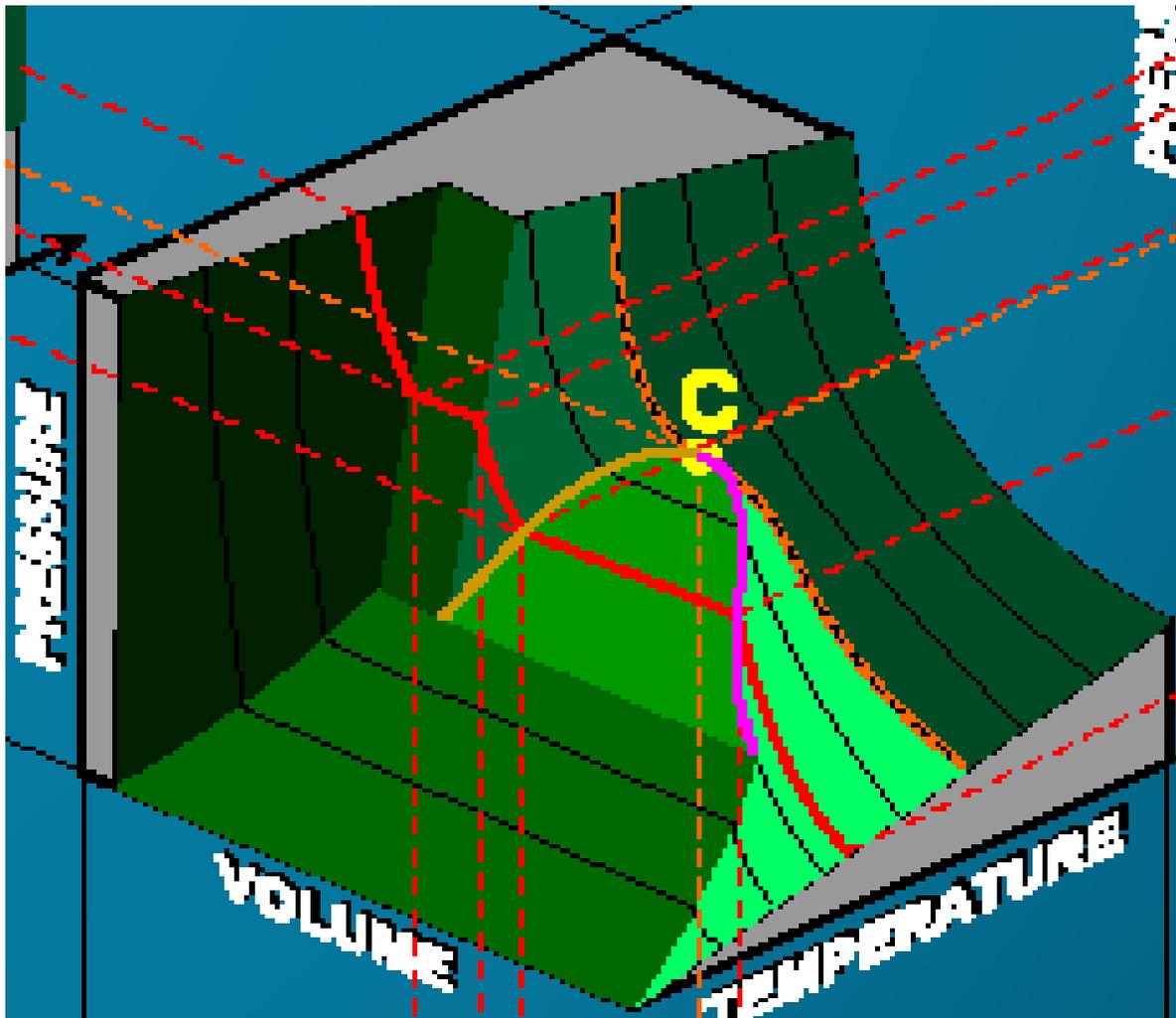
# Transition de phase d'équilibre : l'ébullition



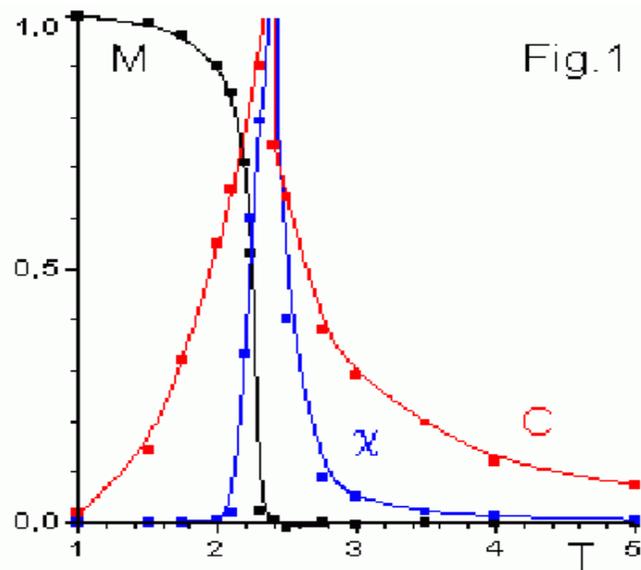
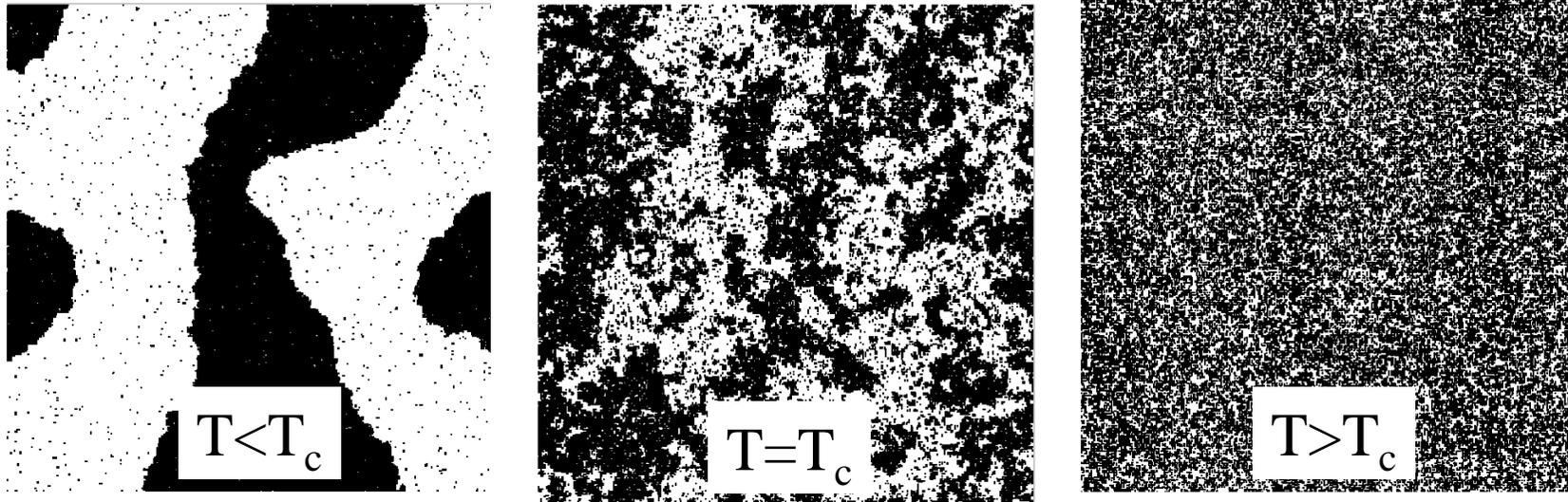
# La crise d'ébullition : transition du premier ordre



# Opalescence critique : transition du second ordre



# Fluctuations critiques , exemple du modèle d'Ising

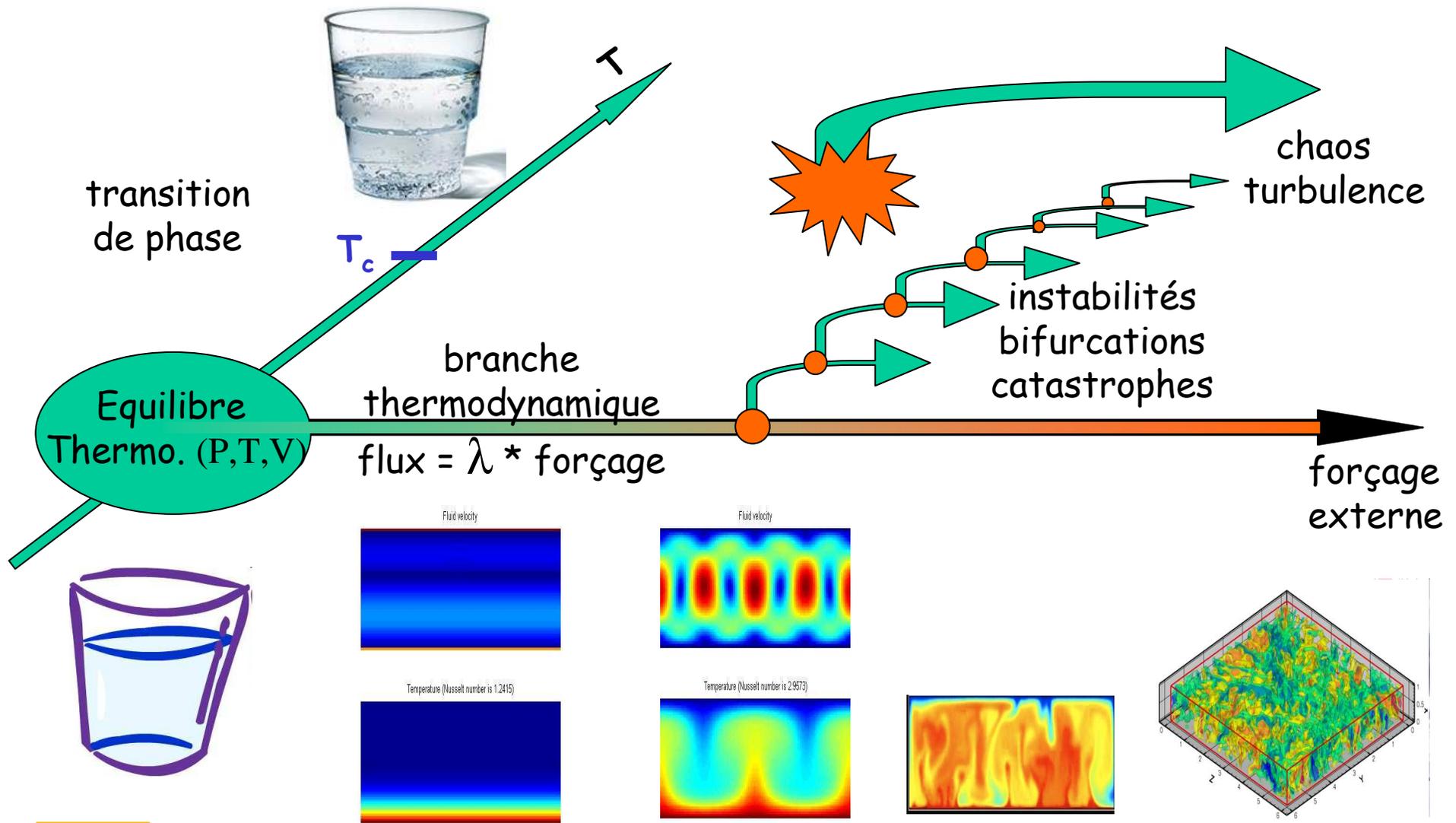


$$H = -J \sum s_i s_j$$

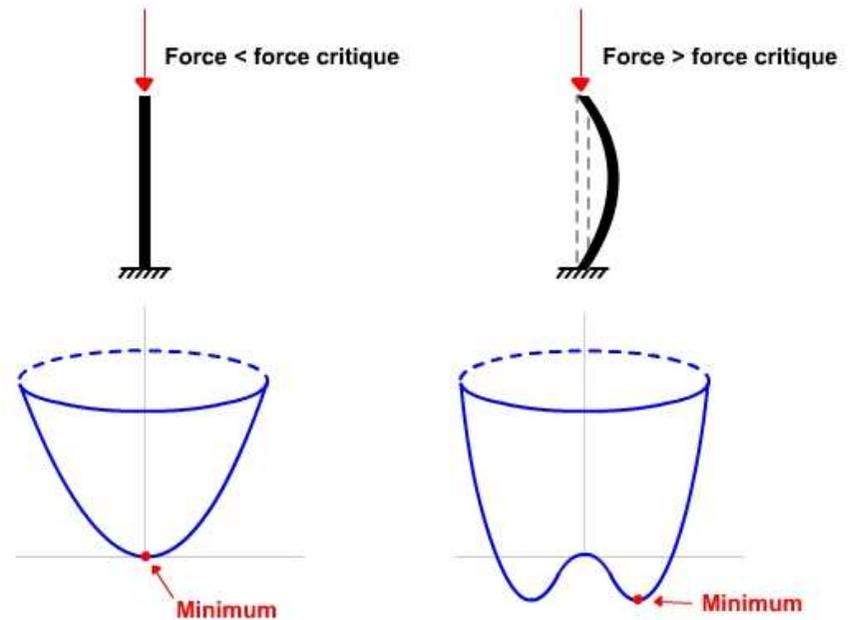
- Fluctuations à toutes les échelles
- Pas de taille caractéristique
- Divergence de la longueur de corrélation  
=> Divergence de la susceptibilité

**Crise = Transition de phase**

# De l'équilibre à la turbulence : les crises en physique



# Instabilité d'un système macroscopique



- Equation d' évolution : 
$$\frac{d\vec{X}}{dt} = F(\vec{X}, \mu)$$
- Solution stationnaire : 
$$\frac{d\vec{X}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{X}_0(\mu)$$
- Stabilité ? = Réponse à une perturbation  $\delta X$  ?

# Stabilité : Réponse à une perturbation $\delta X$

$$\frac{d(\vec{X}_0 + \delta\vec{X})}{dt} = F(\vec{X}_0 + \delta\vec{X}, \mu) = F(\vec{X}_0, \mu) + \left. \frac{DF}{D\vec{X}} \right|_{\vec{X}_0} \delta\vec{X} + \left. \frac{D^2F}{D\vec{X}D\vec{X}} \right|_{\vec{X}_0} \delta\vec{X} \otimes \delta\vec{X} + \dots$$

$$\frac{d(\delta\vec{X})}{dt} = \left. \frac{DF}{D\vec{X}} \right|_{\vec{X}_0} \delta\vec{X} + \left. \frac{D^2F}{D\vec{X}D\vec{X}} \right|_{\vec{X}_0} \delta\vec{X} \otimes \delta\vec{X} + \dots$$

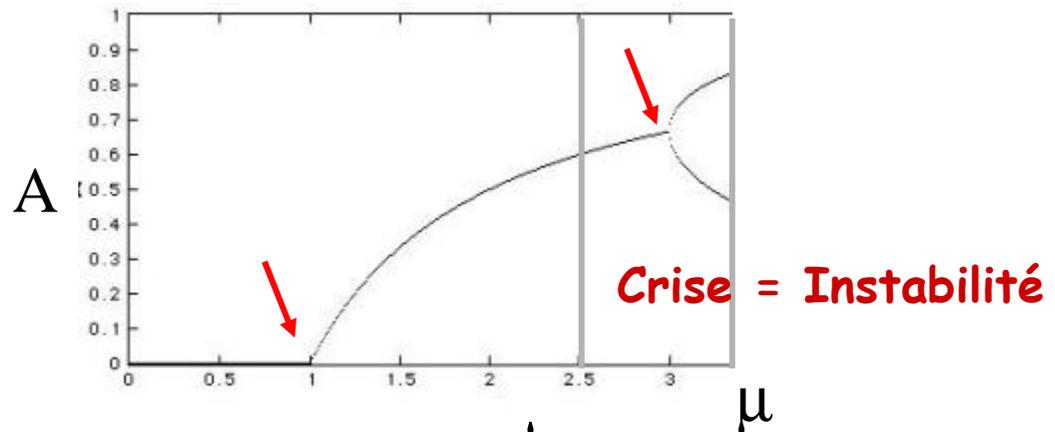
■ Etude de **stabilité linéaire**  $\Rightarrow$  mode instable = une valeur propre de l'opérateur linéaire devient positive en passant par zéro  $\lambda(\mu)=0 \Rightarrow \mu=\mu_c$

■ **Saturation non-linéaire**  $\Rightarrow$  dépendance de l'amplitude  $A$  du mode instable au-delà du seuil d'instabilité (par ex pour des non linéarités quadratiques  $A(\mu)=\mu^{1/2}$ )

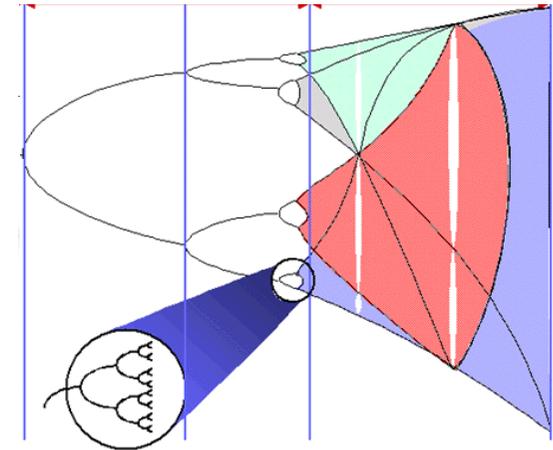
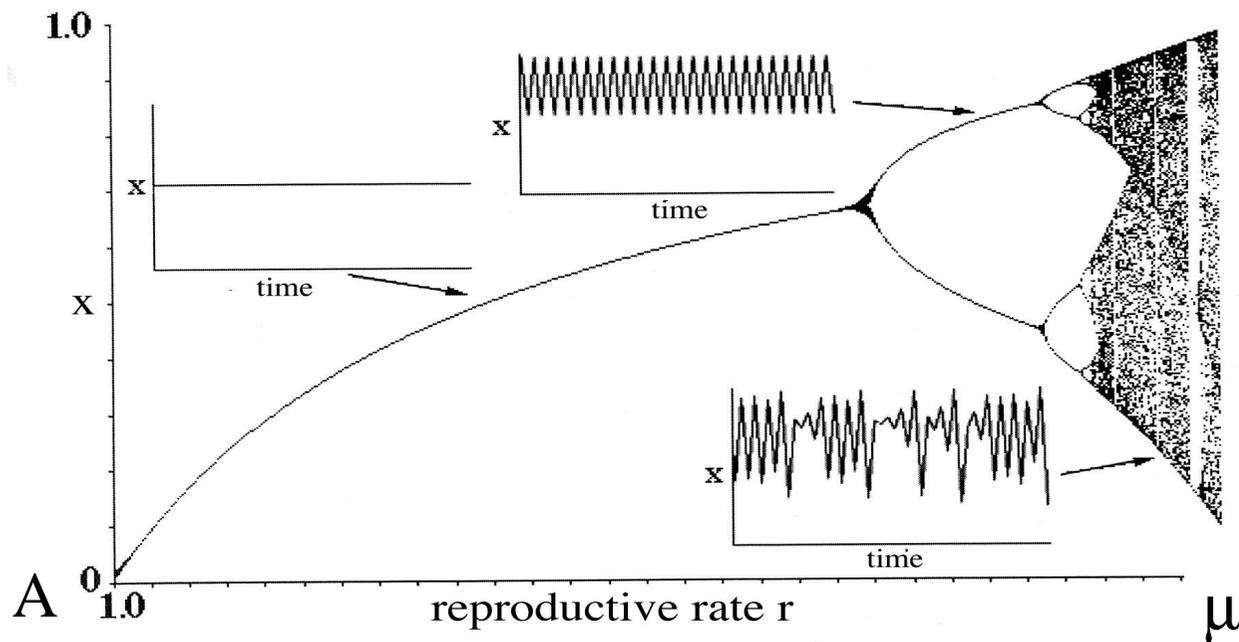
■ Diagramme de bifurcation :

■  $\mu < \mu_c$  :  $\delta\vec{X}(t) = \delta\vec{X}(0)e^{-|\lambda|t}$

■  $\mu > \mu_c$  :  $\delta\vec{X}(t) = \delta\vec{X}(0)e^{+\lambda t}$



# Chaos et Cascade de Feigenbaum

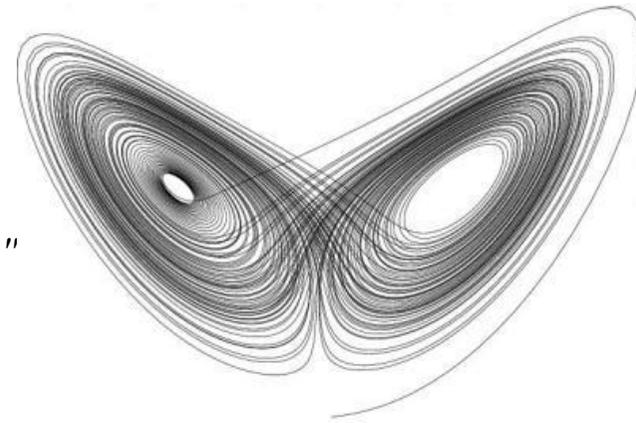


- Equilibre = Point fixe
- Bifurcation de Hopf  $\Rightarrow$  Cycle limite  $\Rightarrow$  Oscillations
- Bifurcations successives  $\Rightarrow$  Attracteurs étranges  $\Rightarrow$  Route vers le chaos

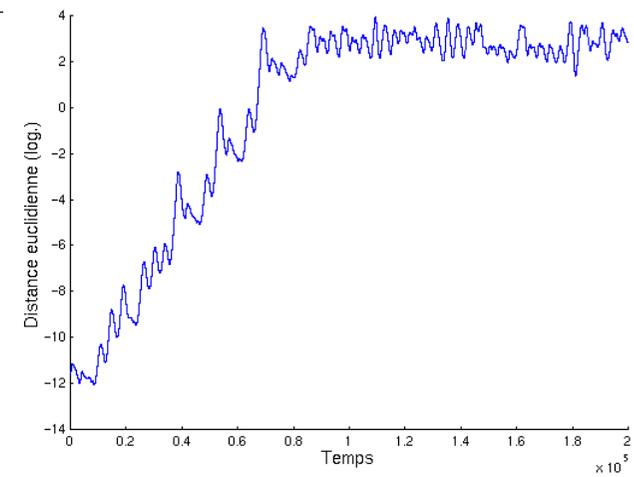
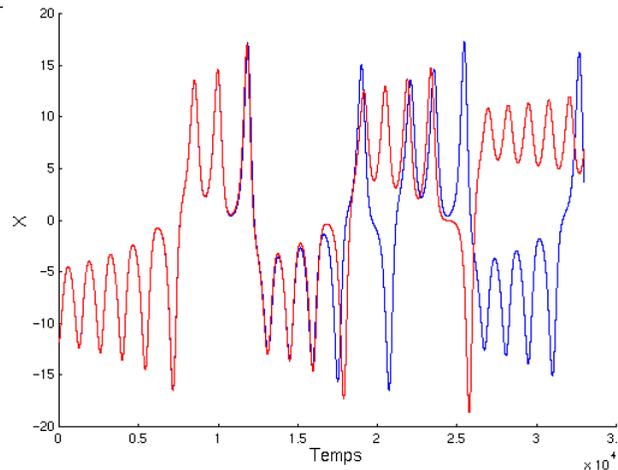
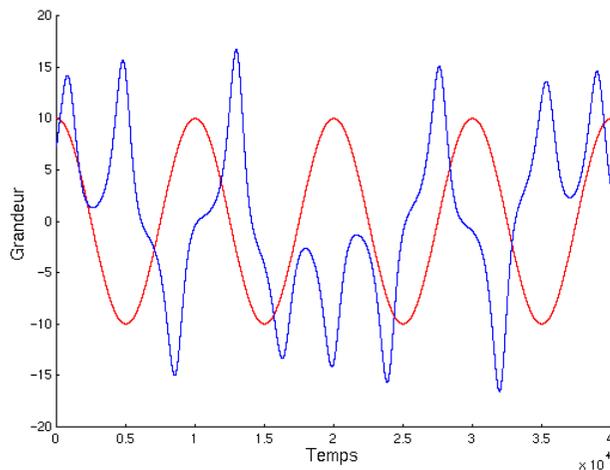
# Chaos : déterministe mais imprédictible !

*A few centuries ago, for want of a nail, an entire kingdom was lost!*

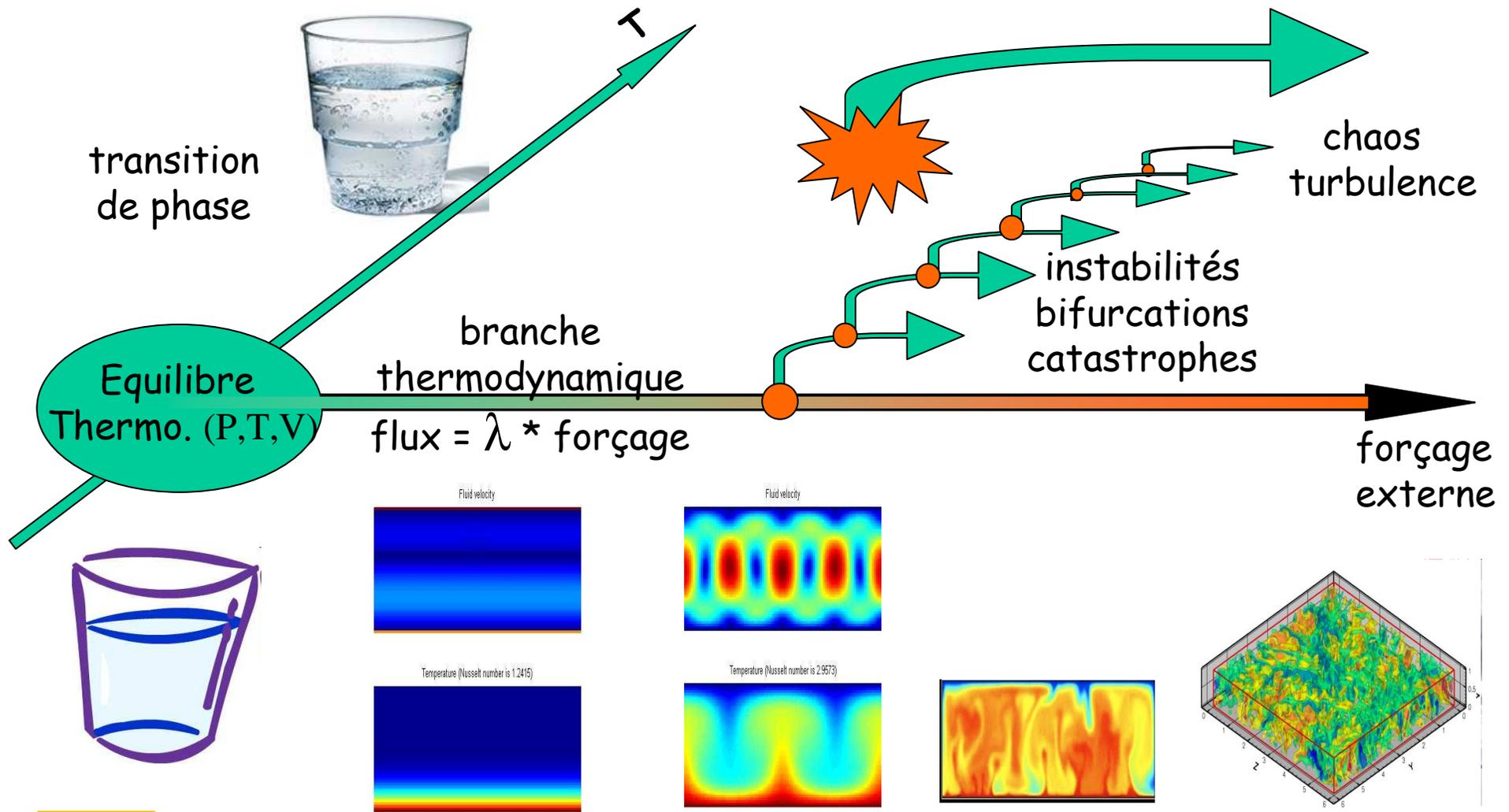
*"For want of a nail, the shoe was lost;  
For want of a shoe, the horse was lost;  
For want of a horse, the rider was lost;  
For want of a rider, a message was lost;  
For want of a message the battle was lost;  
For want of a battle, the kingdom was lost!"*



## ■ Sensibilité aux conditions initiales :



# De l'équilibre à la turbulence : les crises en physique

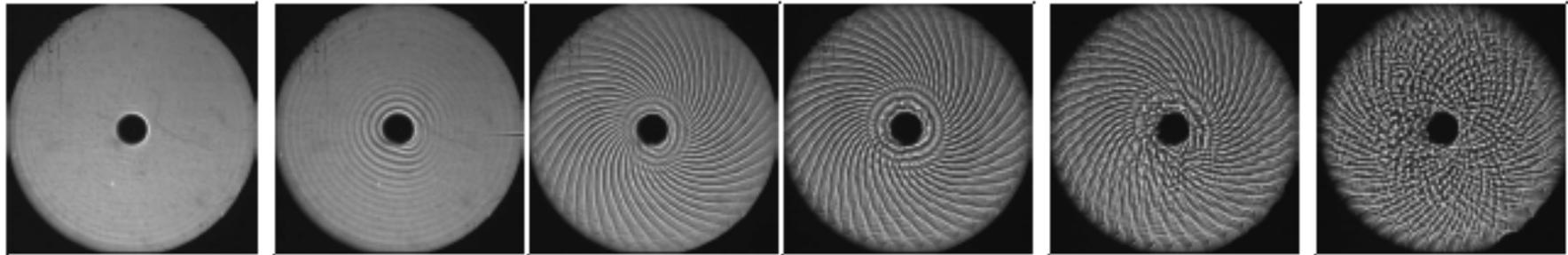


# Chaos spatio-temporel et Turbulence

## ■ Vision de Landau =

Généralisation des idées précédentes à des champs continus,  $u(x,t)$ :

- mode instable  $\Rightarrow$  pattern spatial stationnaire ou propagatif (onde)
- Rôle des non linéarités :  $\cos(kx) * \cos(kx) \rightarrow \cos(2kx)$   
 $\Rightarrow$  cascade dans les échelles

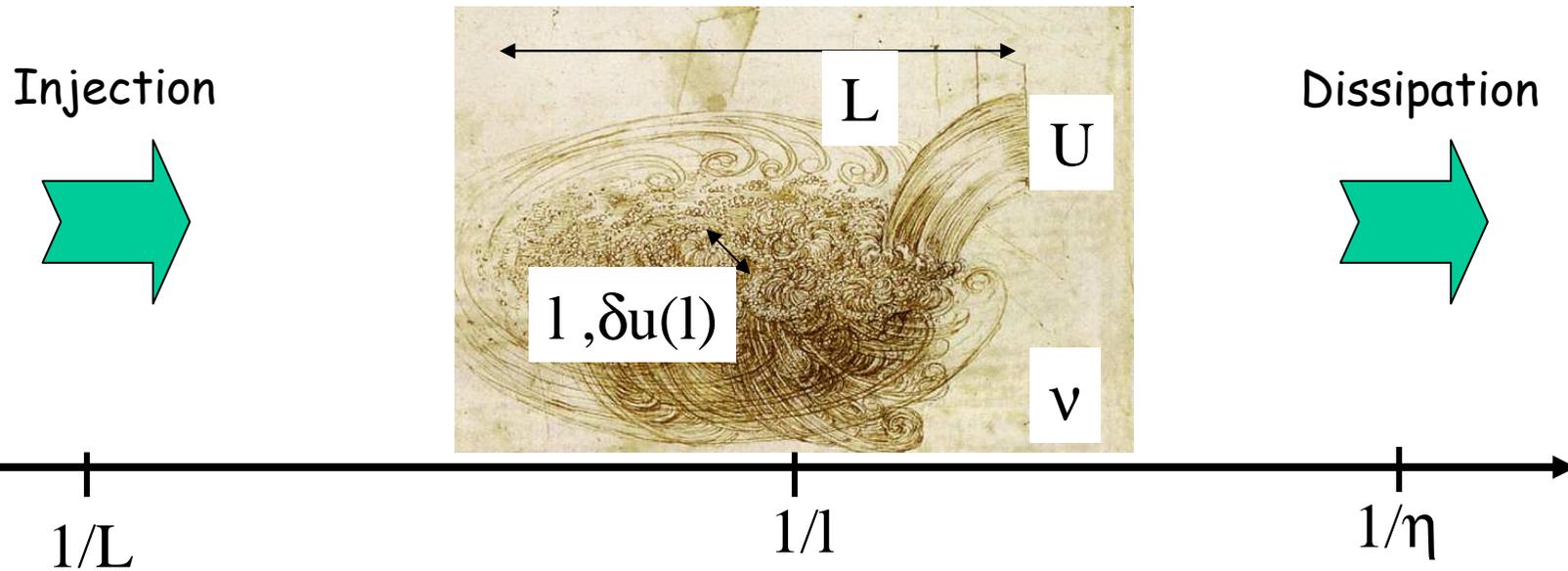


*Big whirls have little whirls,  
Which feed on their velocity;  
And little whirls have lesser whirls,  
And so on to viscosity.*

*Lewis Fry Richardson 1922*



# Turbulence :

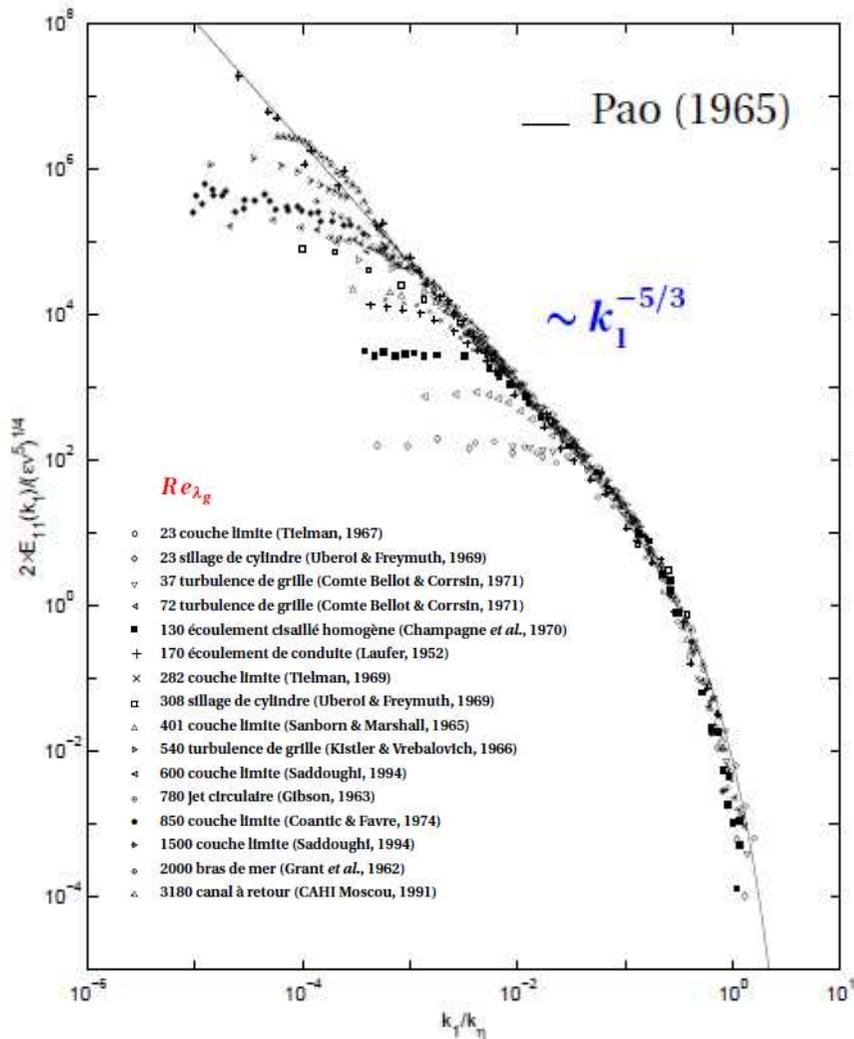


- Nombre de Reynolds à l'éch.  $l$  = temps visqueux/temps advection :  $Re(l) = \delta u \cdot l / \nu$
- Flux d'énergie **constant** au travers des échelles :

$$\mathcal{E}(l) = \delta u^2 / (l / \delta u) = \delta u^3 / l \Rightarrow \delta u(l) = \mathcal{E}^{1/3} l^{1/3} \text{ avec } \mathcal{E} = U^3 / L \text{ fixé par l'échelle d'injection}$$

- Echelle visqueuse :  $Re(\eta) = 1 \Rightarrow \eta / L = Re(L)^{-3/4}$
- Régime inertiel :  $L \gg l \gg \eta$  : la densité spect d'énergie  $E(k) = \delta u^2(k) / k = \mathcal{E}^{2/3} k^{-5/3}$

# Turbulence



■ Rappel :

A l'équilibre l'énergie par degré de liberté est donnée par l'équipartition et correspond à l'absence de flux

■ Ici :

La séparation des échelles et le principe d'un flux constant pourrait garantir une répartition universelle de l'énergie au travers des échelles.

■ Mais,

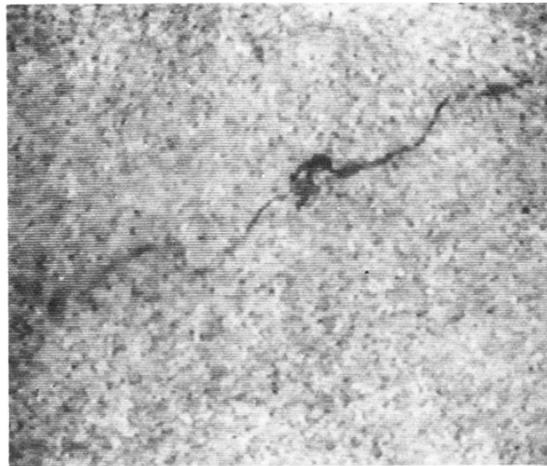
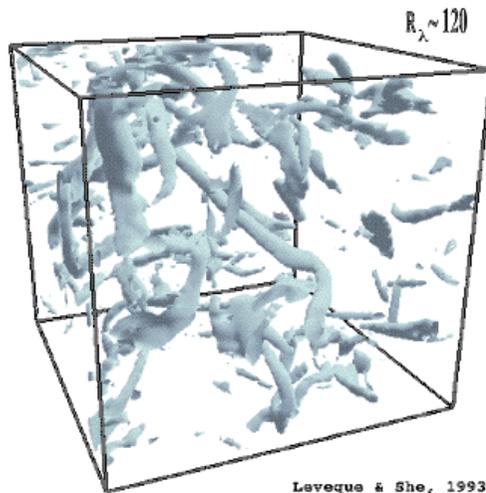
l'invariance d'échelle des fluctuations n'est pas vérifiée expérimentalement:

$$\langle \delta u^n \rangle \neq \langle \delta u^2 \rangle^{n/2} = \epsilon^{n/3} |n/3$$

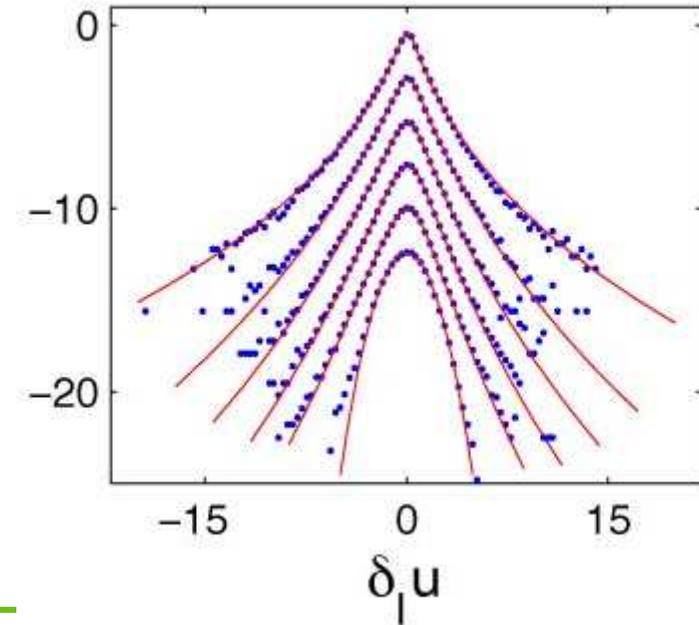
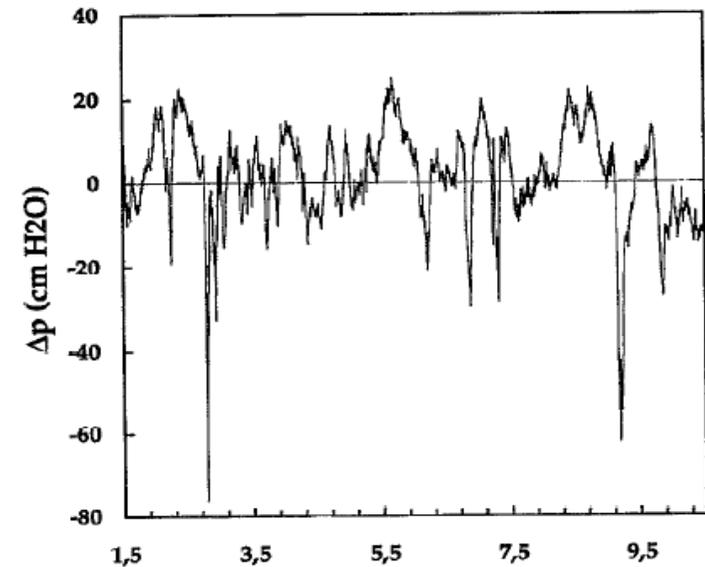
= signature d'intermittence

# Intermittence et conséquences sur les fluctuations

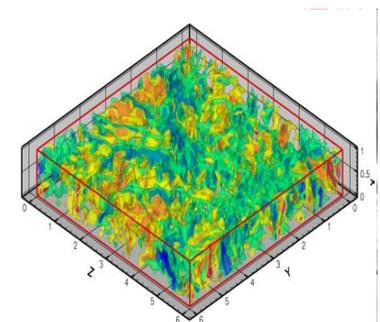
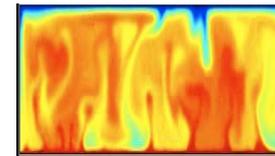
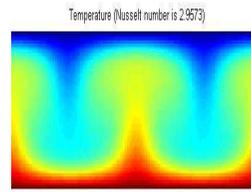
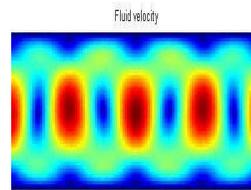
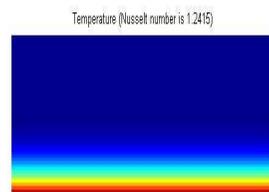
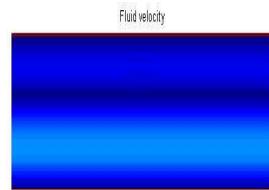
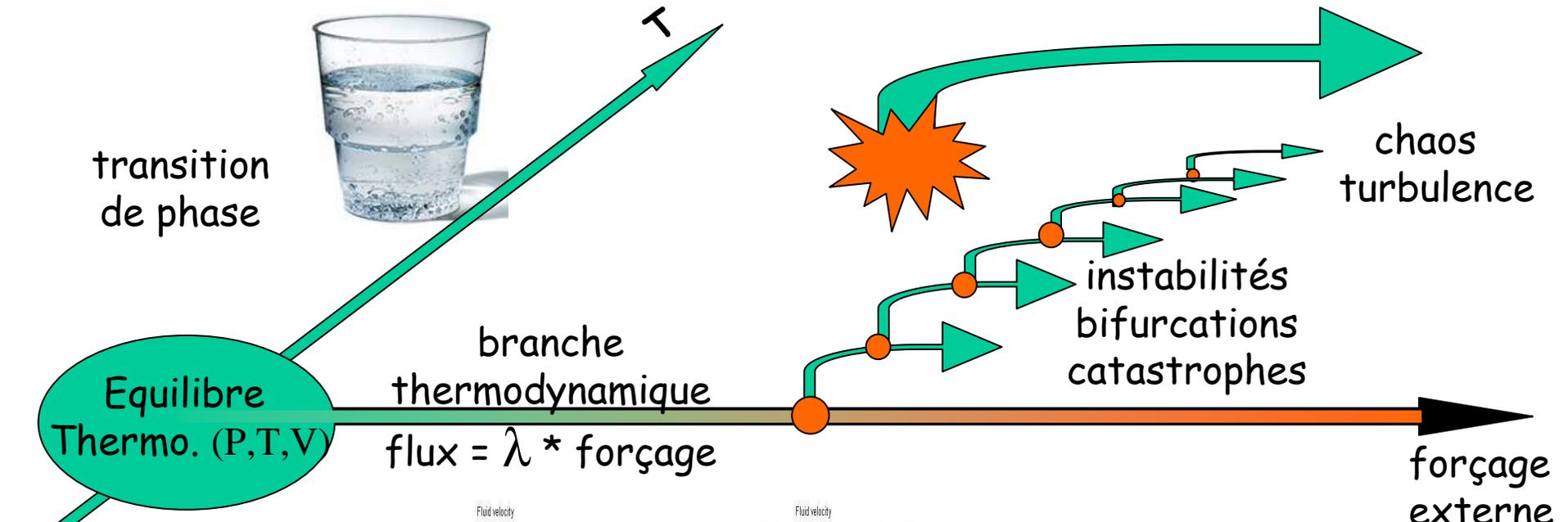
- Observation de turbulence 3D
  - Filaments de vorticité intermittents
  - Fluctuation de pression et de vitesse très non gaussiennes, et non invariantes d'échelle



**Crise = Intermittence**



# De l'équilibre à la turbulence : les crises en physique

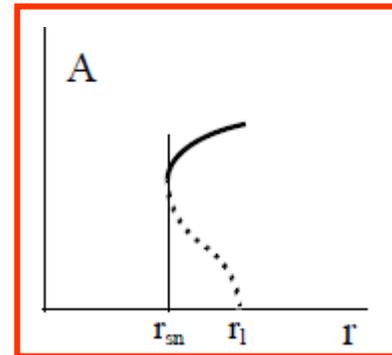
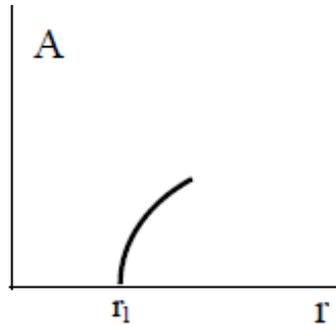


diffusion

convection

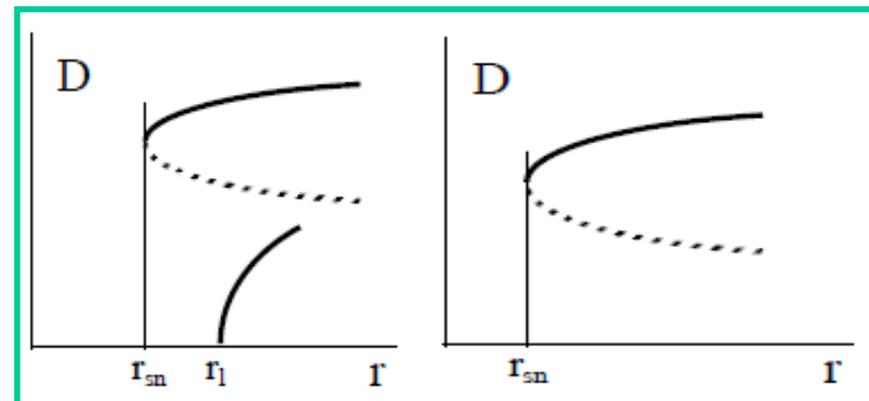
# Au-delà de la vision de Landau : turbulence sous-critique

- Instabilité super-critique ... et ... sous-critique :

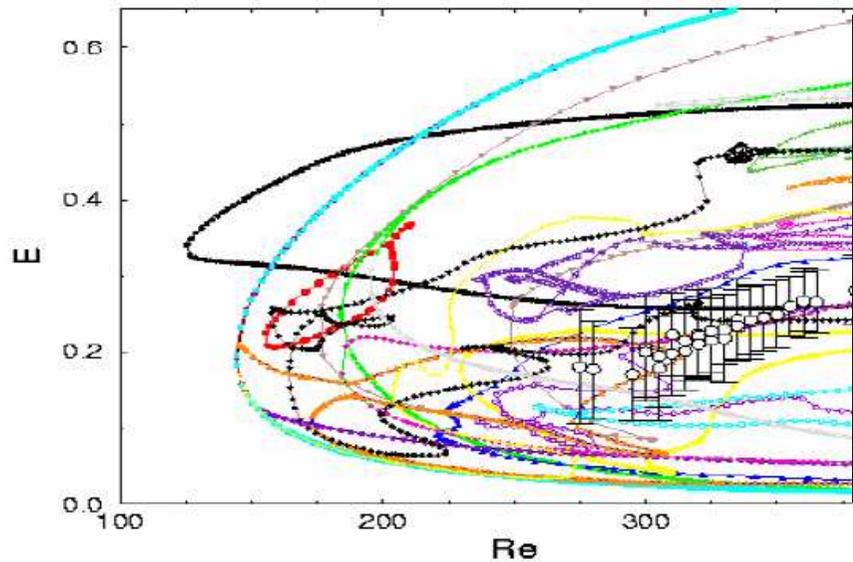


- = > Coexistence de deux solutions pour une même valeur de  $r$
- => Phénomène d'hystérésis
- => Transition d'amplitude finie

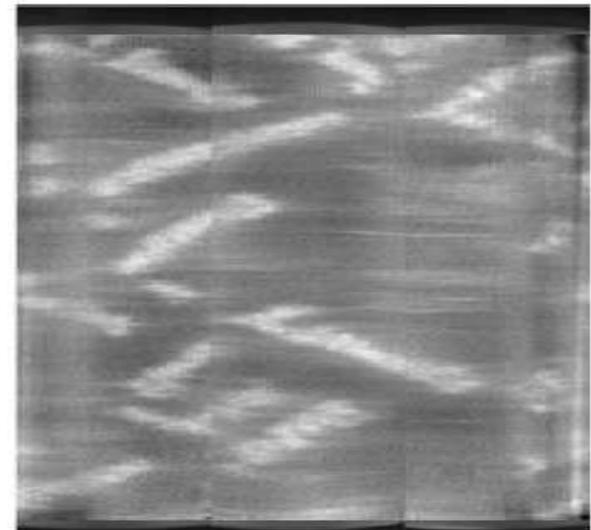
- Cas extrême :  
Les écoulements cisailés :  
solutions d'amplitude finie  
déconnectées de l'état laminaire



# Ecoulements de Couette plan et de Couette cylindrique



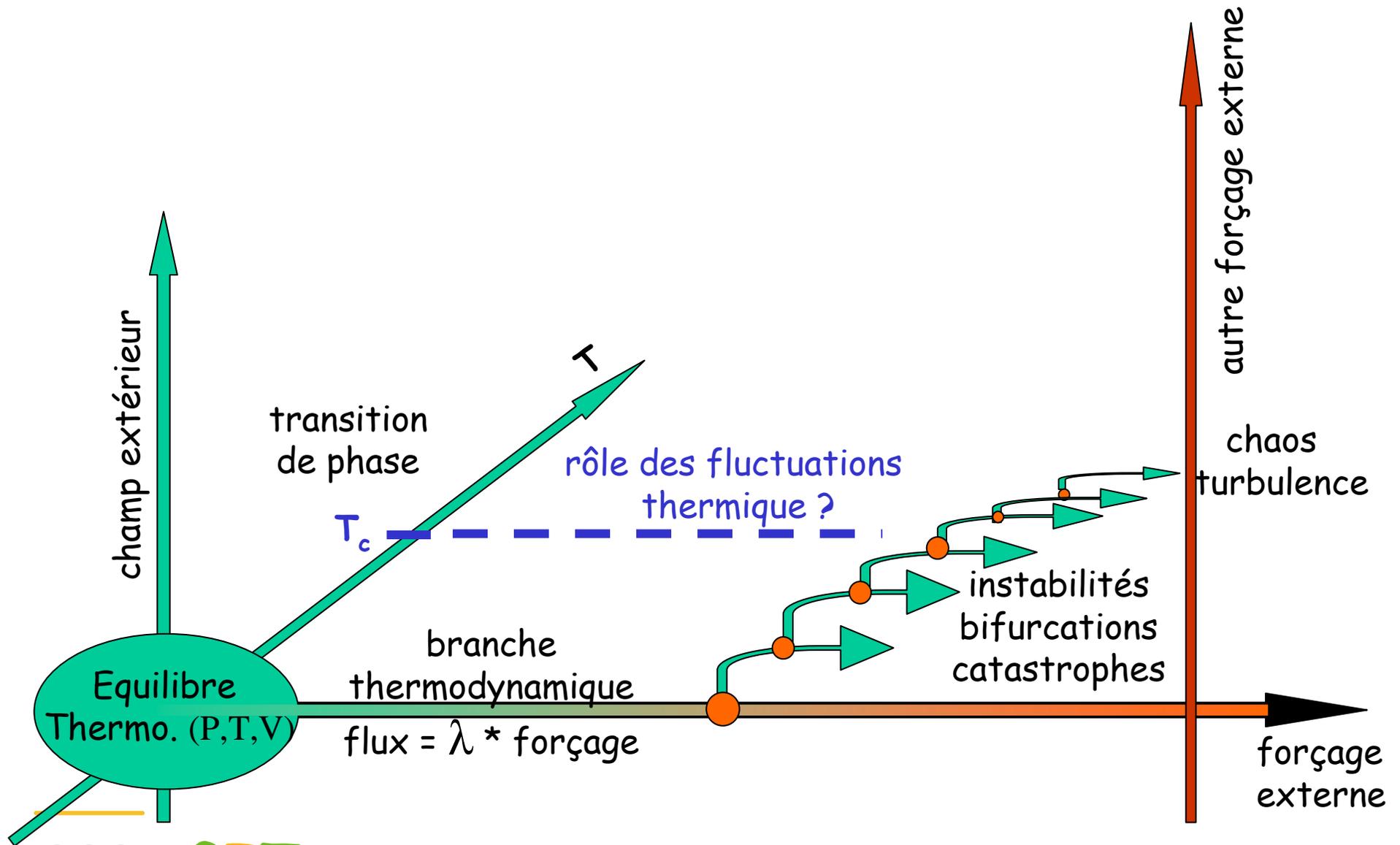
- Coexistence de solutions instables dans l'espace des phases :
  - => Coexistence spatiale de l'écoulement laminaire et de la turbulence
  - => **Dynamique intermittente et hétérogène**



## Crise en physique = extrême sensibilité à ...

- A l'équilibre = divergence de la susceptibilité : sensibilité à un petit champ ext
- Instabilité = sensibilité à la valeur du paramètre de contrôle
- Chaos = sensibilité aux conditions initiales
- Intermittence et Hétérogénéités = sensibilité aux valeurs locales du champ  
« sensibilité endogène à la dynamique »
- Autres exemples de dynamique intermittentes et hétérogènes :
  - Déstabilisation d'un empilement granulaire et Avalanches
  - Fracture
  - Crises financières ...

# Crises existantes et nouvelles crises en perspectives...



# De nouvelles crises en perspectives...

