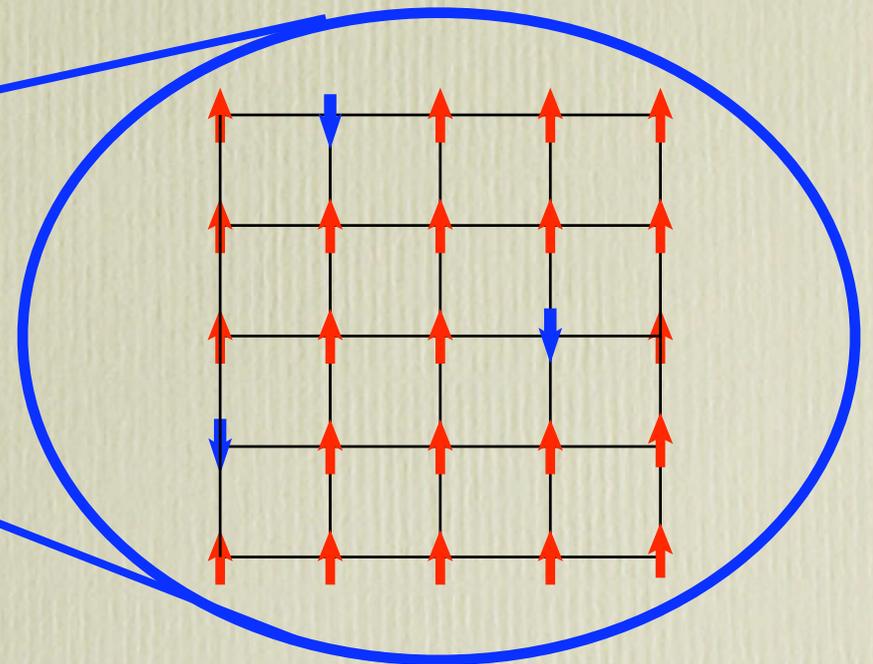
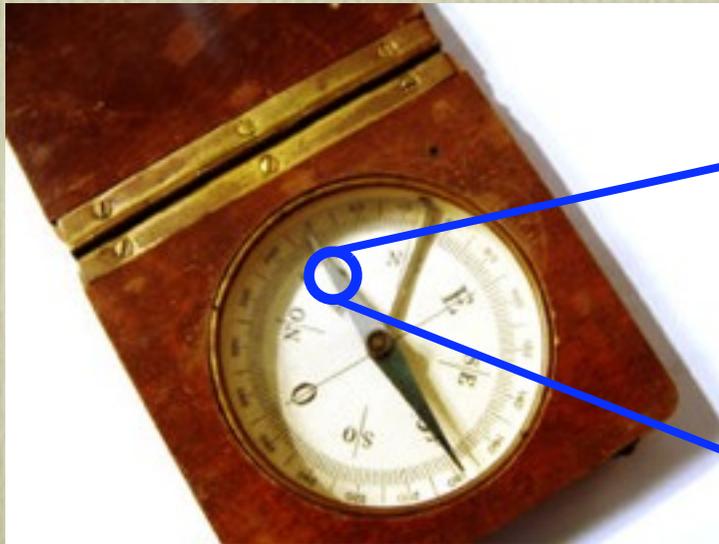


Ferromagnétisme

Comportement collectif d'un grand nombre d'atomes en interactions: état 'solide'

Aimant: alignement des spins élémentaires

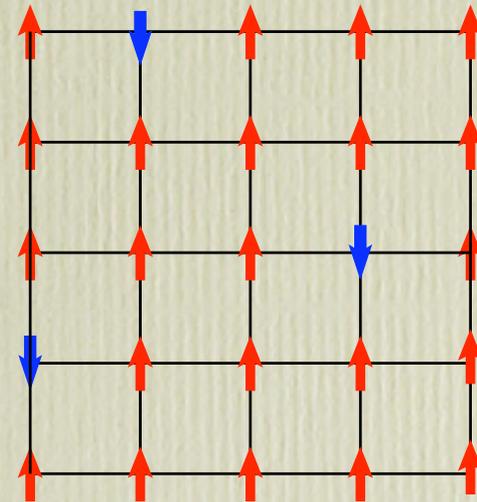


Robustesse

Comportement collectif d'un grand nombre d'atomes en interactions: état 'solide'

- Les spins ne sont pas tous alignés
- Ils évoluent dans le temps
- A tout instant la majorité est 
- Etat collectif aimanté, robuste

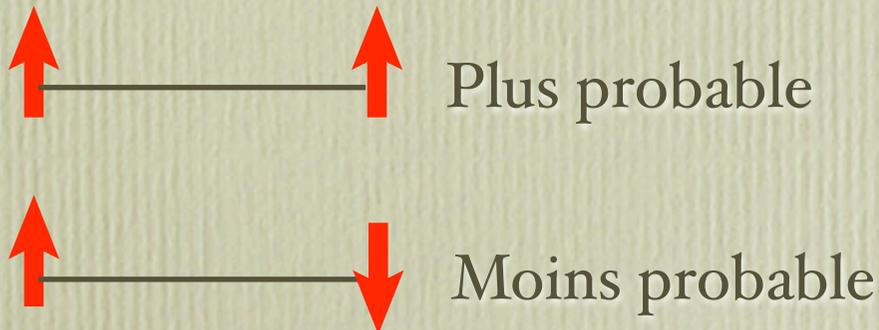
Aimant: alignement des spins élémentaires



Mécanisme

- Deux phases aimantées (spins “up” ou “down”).
- Chacune est robuste à de nombreuses perturbations, mais disparaît à trop haute température.

Mécanisme: interactions locales,
nombreux spins



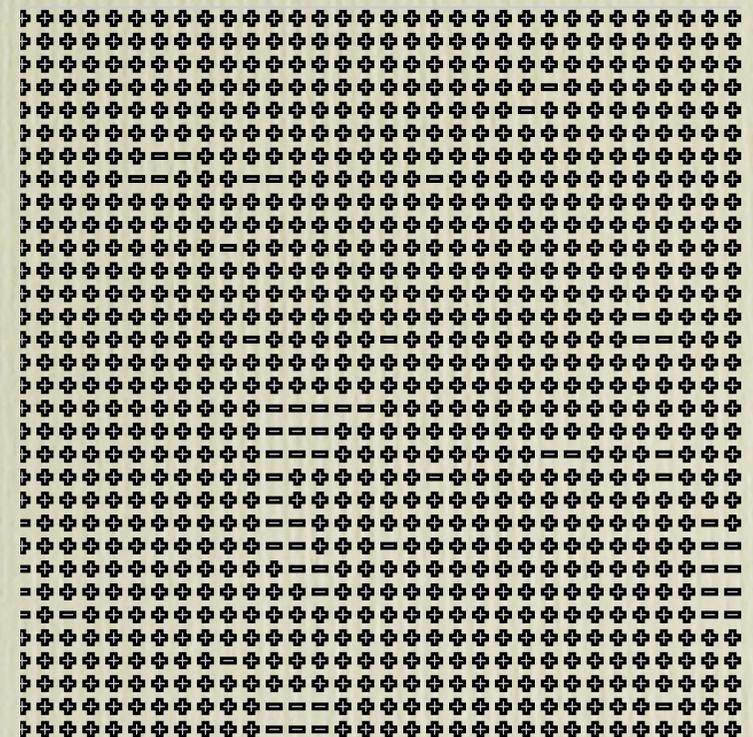
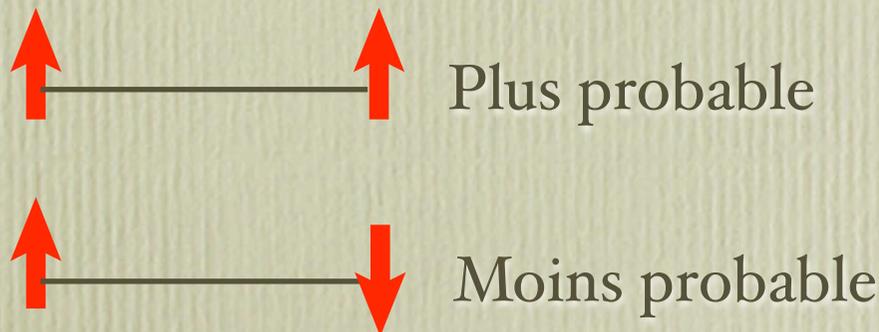
NB: Brisure de symétrie

Mécanisme

- Deux phases aimantées (spins “up” ou “down”).
- Chacune est robuste à de nombreuses perturbations, mais disparaît à trop haute température.

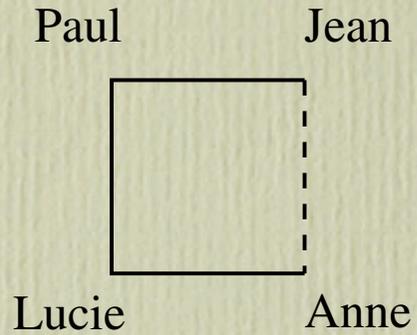
Modèle d'Ising

Mécanisme: interactions locales,
nombreux spins



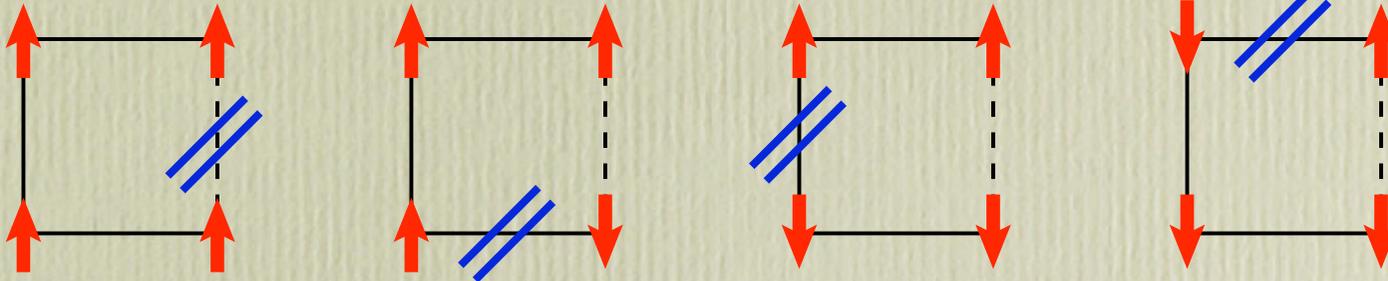
NB: Brisure de symétrie

Multiplication des phases solides: désordre et frustration

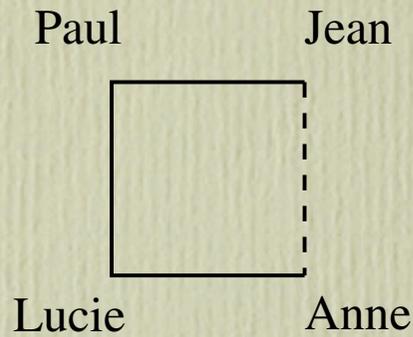


↑ Dans la voiture de Marc

↓ Dans la voiture de Thierry

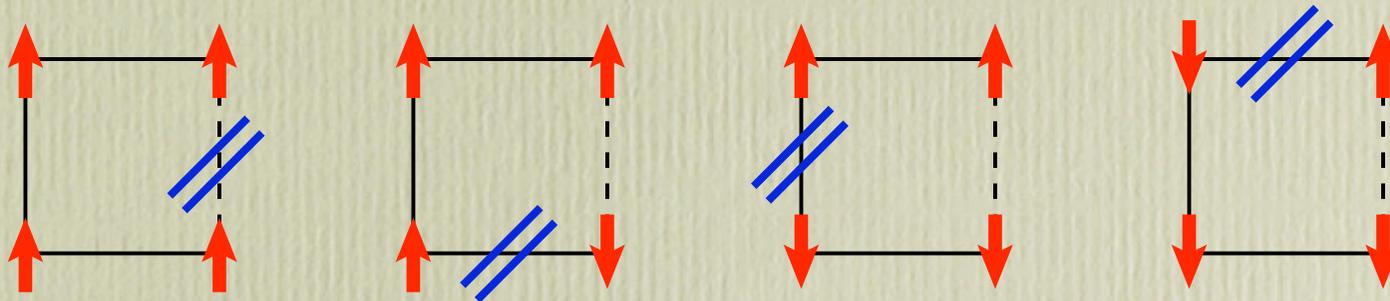


Multiplication des phases solides: désordre et frustration



↑ Dans la voiture de Marc

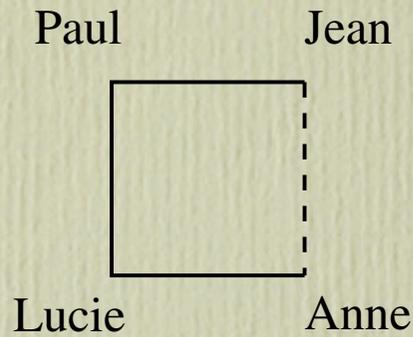
↓ Dans la voiture de Thierry



Systeme “frustré”: on ne peut pas satisfaire toutes les contraintes.
Les états solides amorphes sont

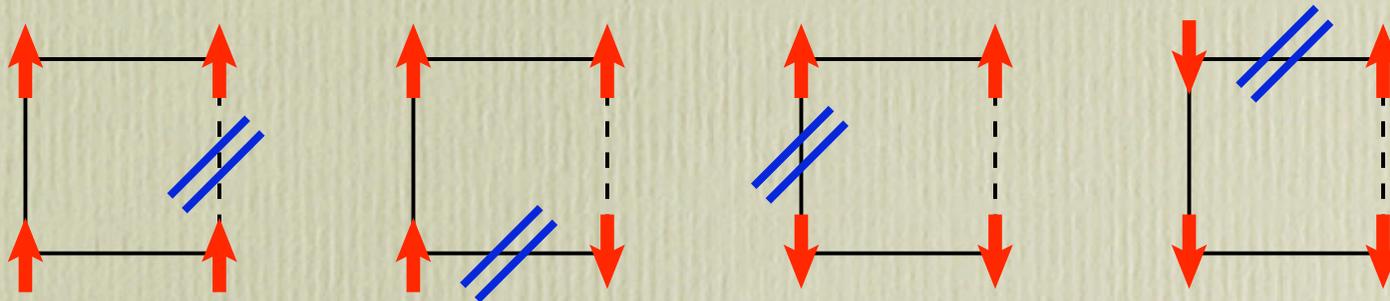
- Difficiles à trouver
- Nombreux
- Très différentes les unes des autres

Multiplication des phases solides: désordre et frustration



↑ Dans la voiture de Marc

↓ Dans la voiture de Thierry



Systeme “frustré”: on ne peut pas satisfaire toutes les contraintes.

Les états solides amorphes sont

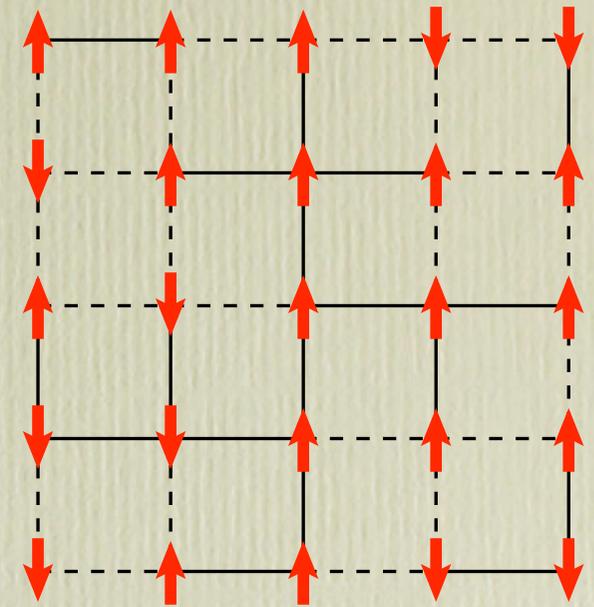
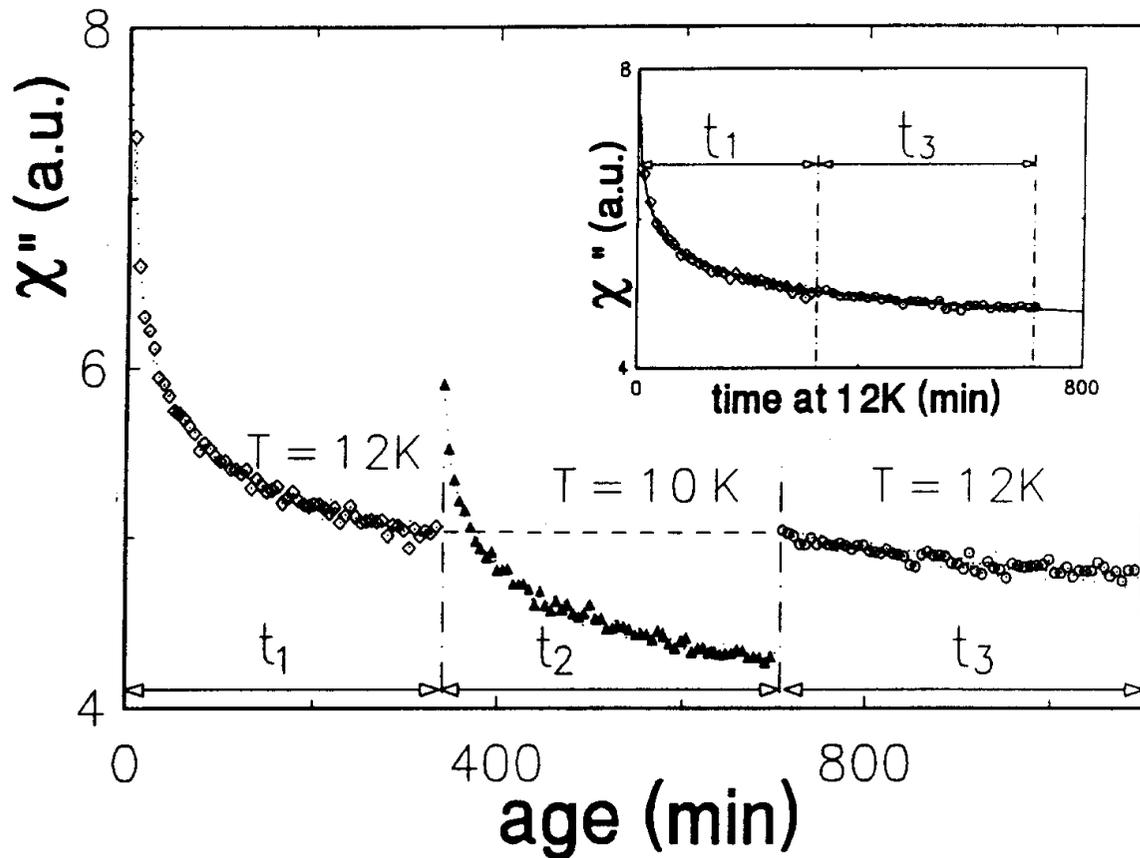
- Difficiles à trouver
- Nombreux
- Très différentes les unes des autres

“**Verre de spin**” étudiés en physique statistique surtout depuis les années 70.... Ouverture à d’autres domaines

Un exemple de système frustré: les verres de spin

Alliages CuMn, AuFe, etc...

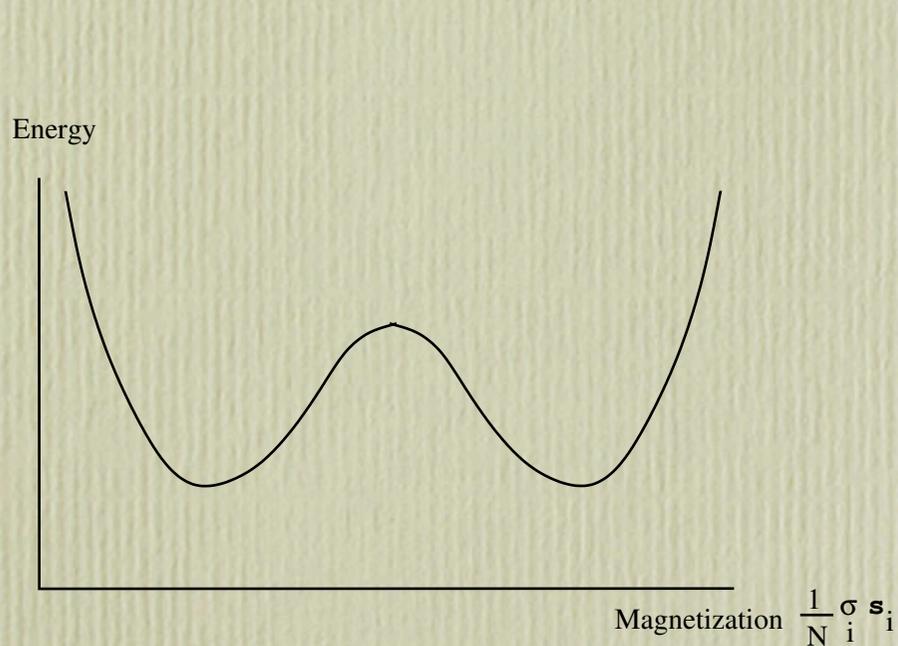
Ne rejoignent jamais l'équilibre:



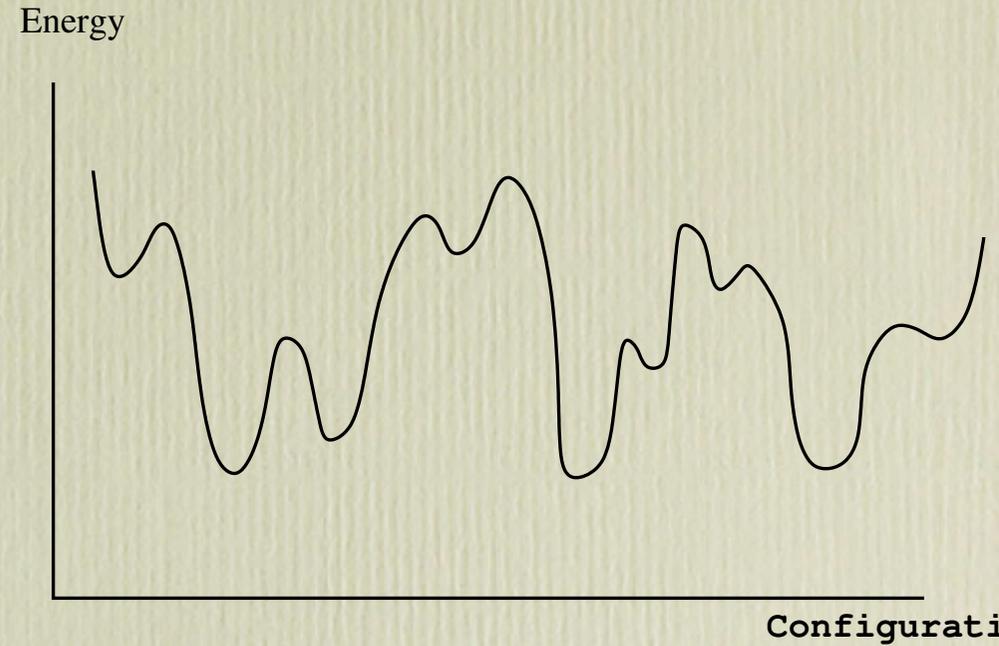
- Dynamique très lente
- Réinitialisation
- Mémoire

Un exemple de système frustré: les verres de spin

Paysage d'énergie:



Ferromagnétique



Verre de spin

Etats métastables: information
robuste et distribuée

Ouverture: physique statistique des systèmes désordonnés

Atomes:

- Moments magnétiques (verres de spin)
- Molécules (verres structuraux)
- Bits d'information (théorie de l'information, codage)
- Neurones (réseaux de neurones)
- Variables logiques (satisfaction de contraintes)
- Agents sur un marché
- ...

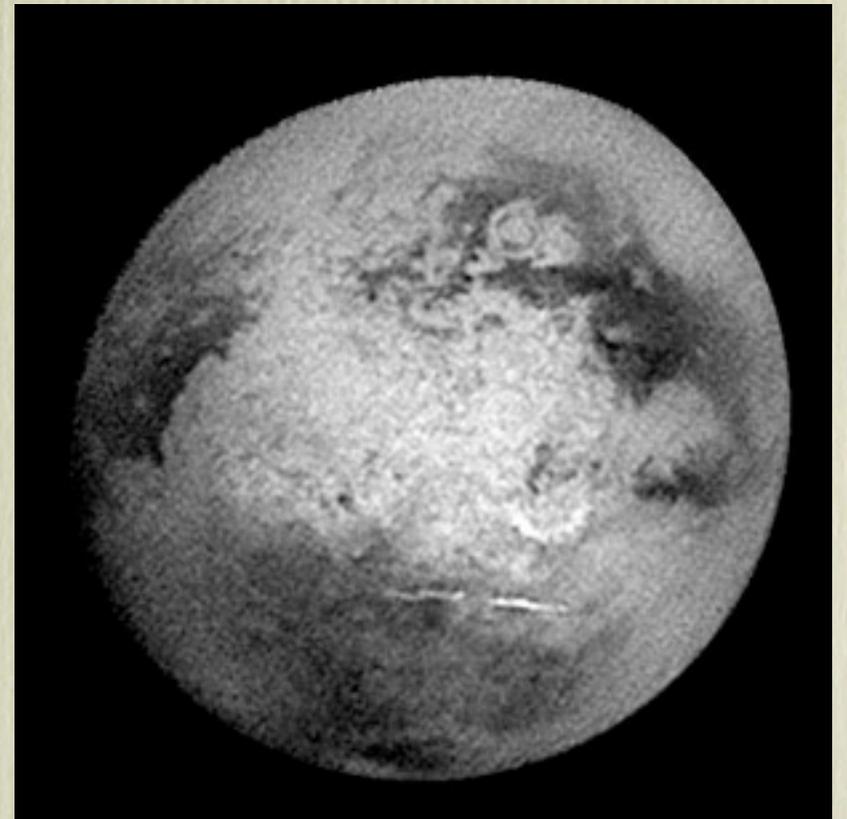
Ouverture: physique statistique des systèmes désordonnés

Atomes:

- Moments magnétiques (verres de spin)
- Molécules (verres structuraux)
- Bits d'information (théorie de l'information, codage)
- Neurones (réseaux de neurones)
- Variables logiques (satisfaction de contraintes)
- Agents sur un marché
- ...

Au coeur de la théorie de l'information

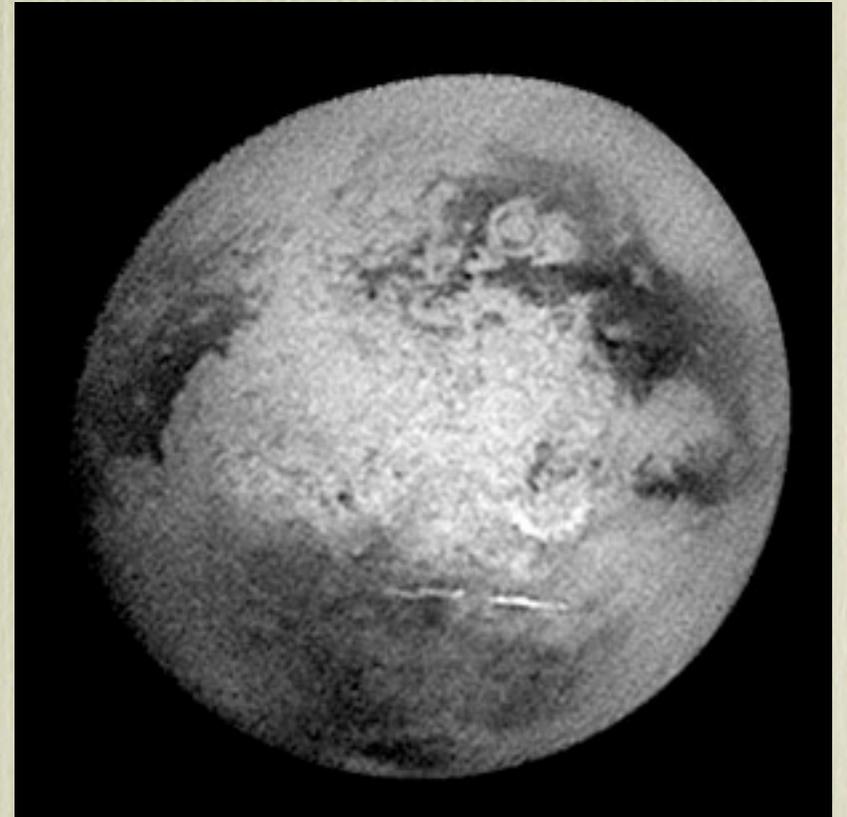
Transmission de l'information à travers un canal bruité: code de correction d'erreur



Au coeur de la théorie de l'information

Transmission de l'information à travers un canal bruité: code de correction d'erreur

Ajouter de la redondance au message envoyé

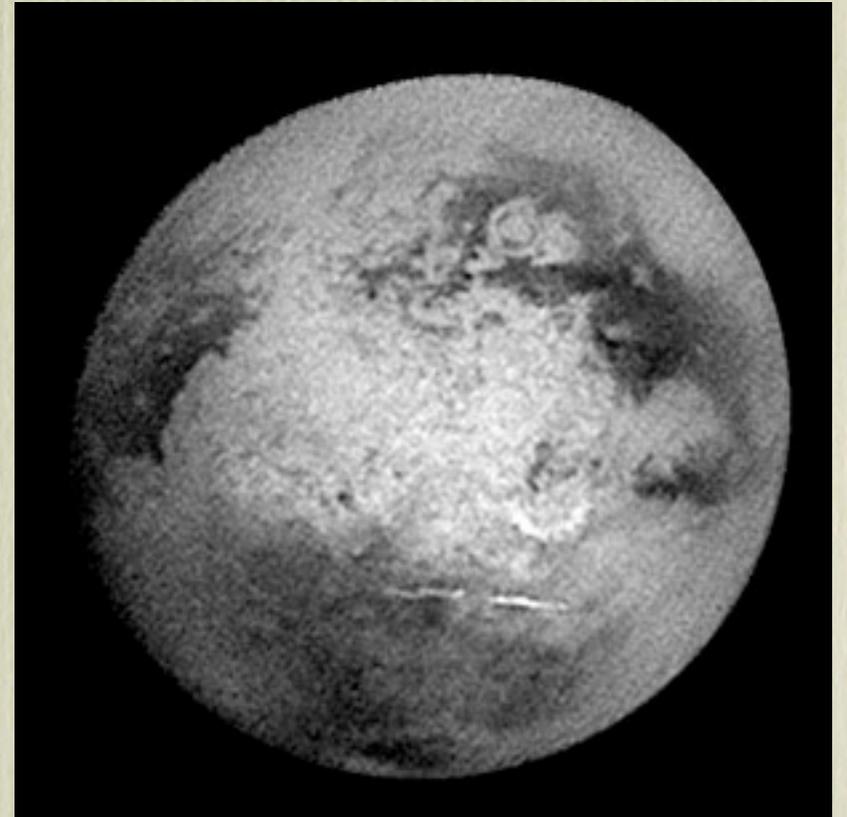


Au coeur de la théorie de l'information

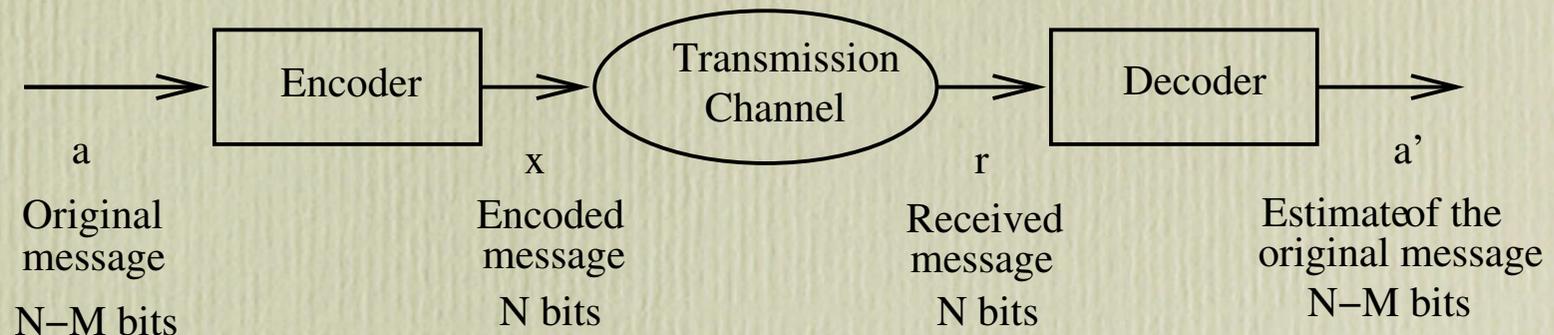
Transmission de l'information à travers un canal bruité: code de correction d'erreur

Ajouter de la redondance au message envoyé

QU'E*T CE Q*E C'ET*IT EMM*RD***
*ET EXP*S*!



Transmission d'information



Correction d'erreur : ajouter de la redondance au message envoyé. Envoyer des “mots de code” formés de bits $x_i = 0, 1$ qui vérifient certaines contraintes

Transmission d'information

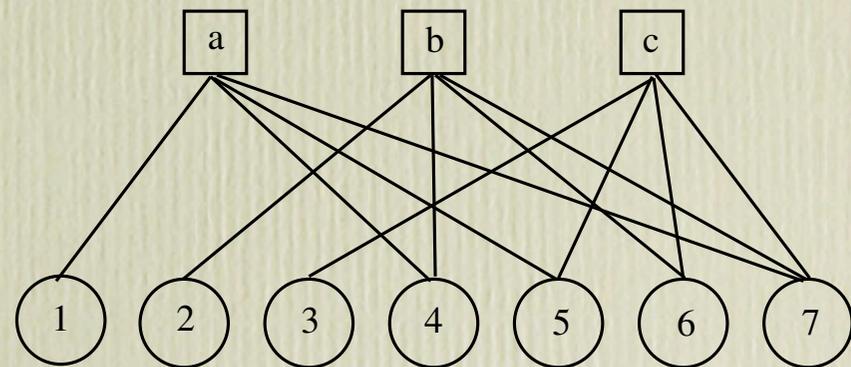
Correction d'erreur : ajouter de la redondance au message envoyé. Envoyer des “mots de code” formés de bits $x_i = 0, 1$

Vérificateurs de parité: mots de code x_1, \dots, x_N doivent vérifier M équations linéaires:

$$a : x_1 + x_4 + x_5 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$b : x_2 + x_4 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$c : x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$



Transmission d'information

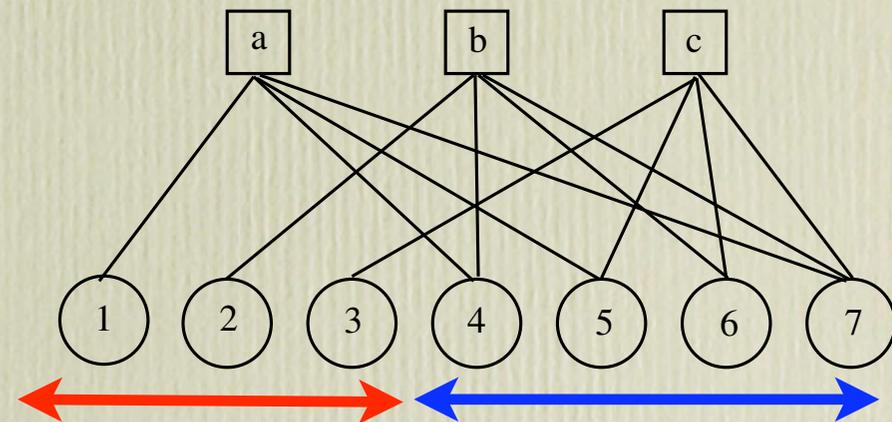
Correction d'erreur : ajouter de la redondance au message envoyé. Envoyer des “mots de code” formés de bits $x_i = 0, 1$

Vérificateurs de parité: mots de code x_1, \dots, x_N doivent vérifier M équations linéaires:

$$a : x_1 + x_4 + x_5 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$b : x_2 + x_4 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$c : x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$



Transmission d'information

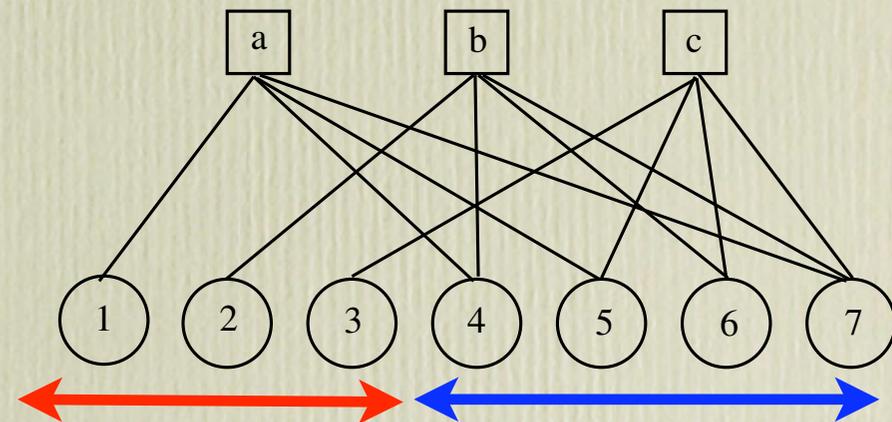
Correction d'erreur : ajouter de la redondance au message envoyé. Envoyer des “mots de code” formés de bits $x_i = 0, 1$

Vérificateurs de parité: mots de code x_1, \dots, x_N doivent vérifier M équations linéaires:

$$a : x_1 + x_4 + x_5 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$b : x_2 + x_4 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

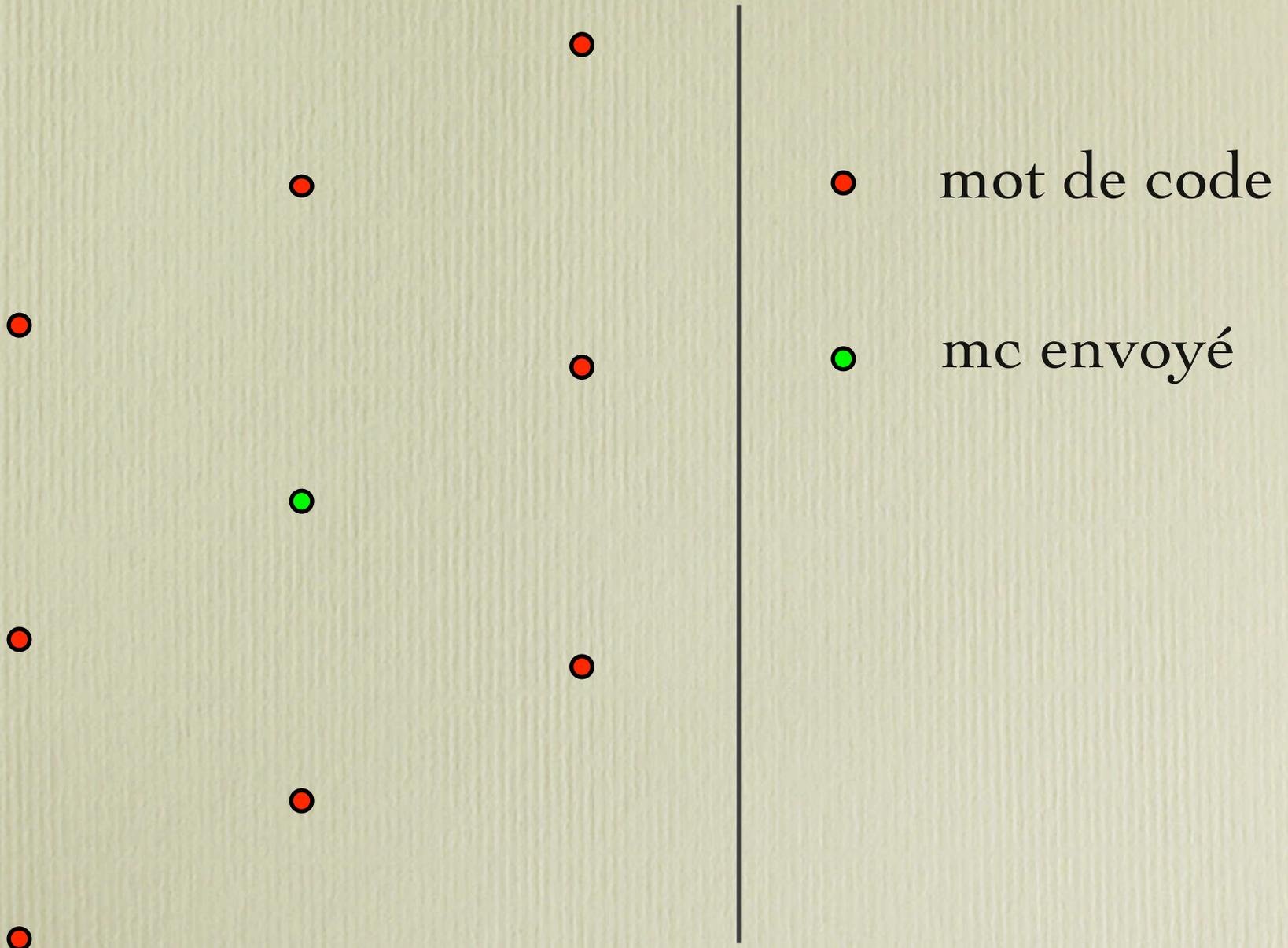
$$c : x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$



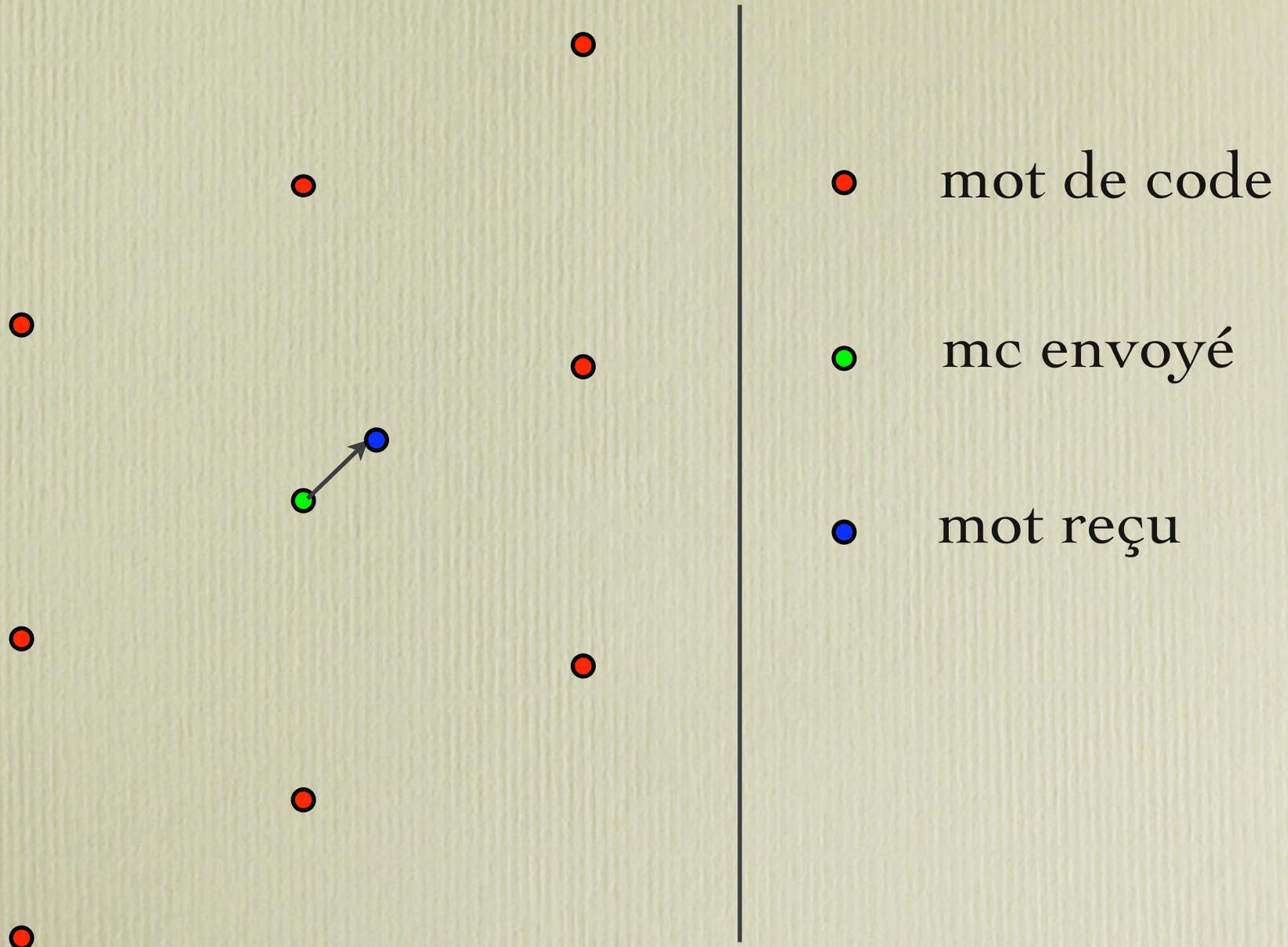
→ 2^{N-M} mots de code

2^4 mots de code, facilement construits à partir de x_4, x_5, x_6, x_7

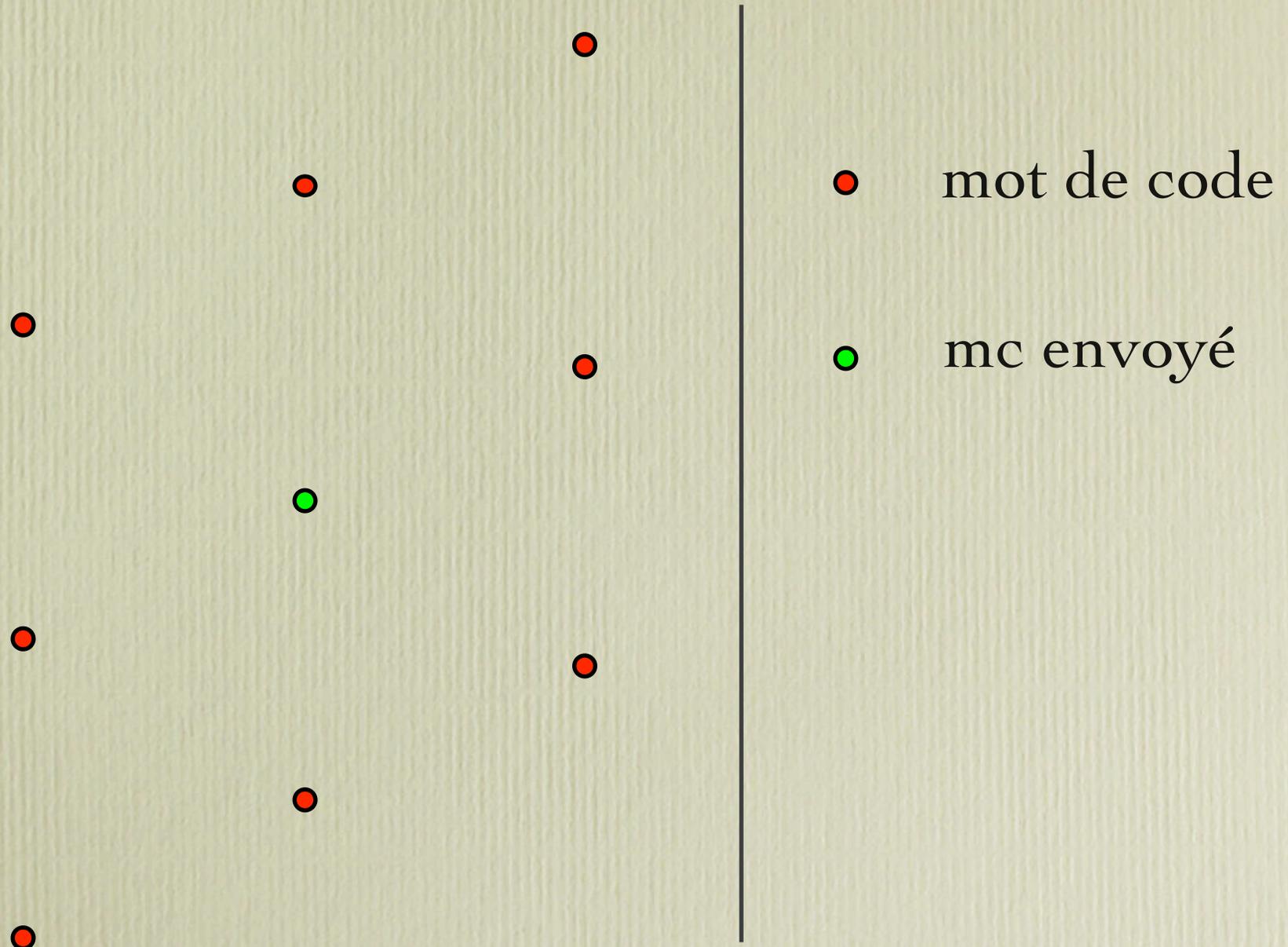
Décodage des erreurs



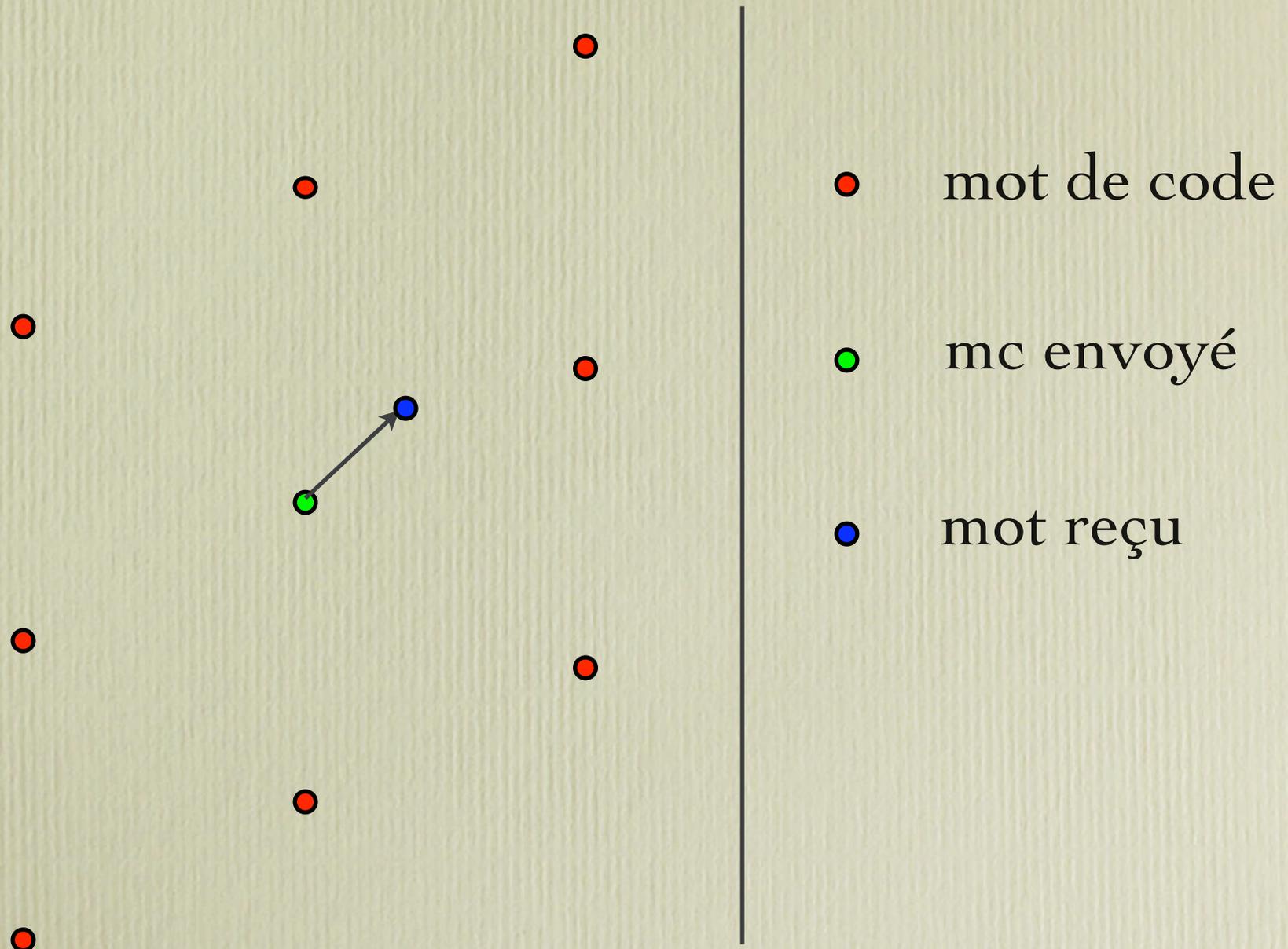
Décodage des erreurs



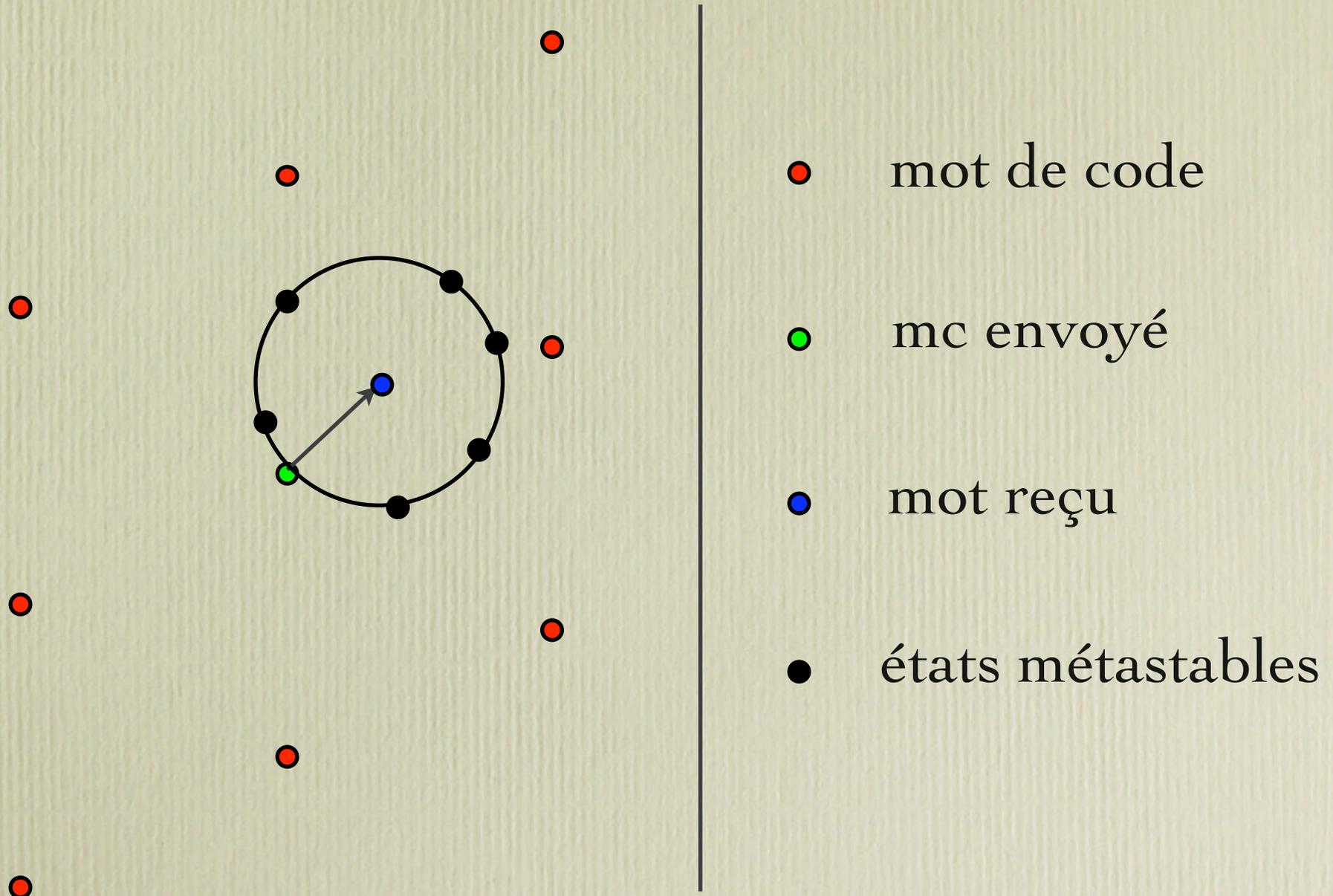
Décodage des erreurs: seuil de décodage



Décodage des erreurs: seuil de décodage



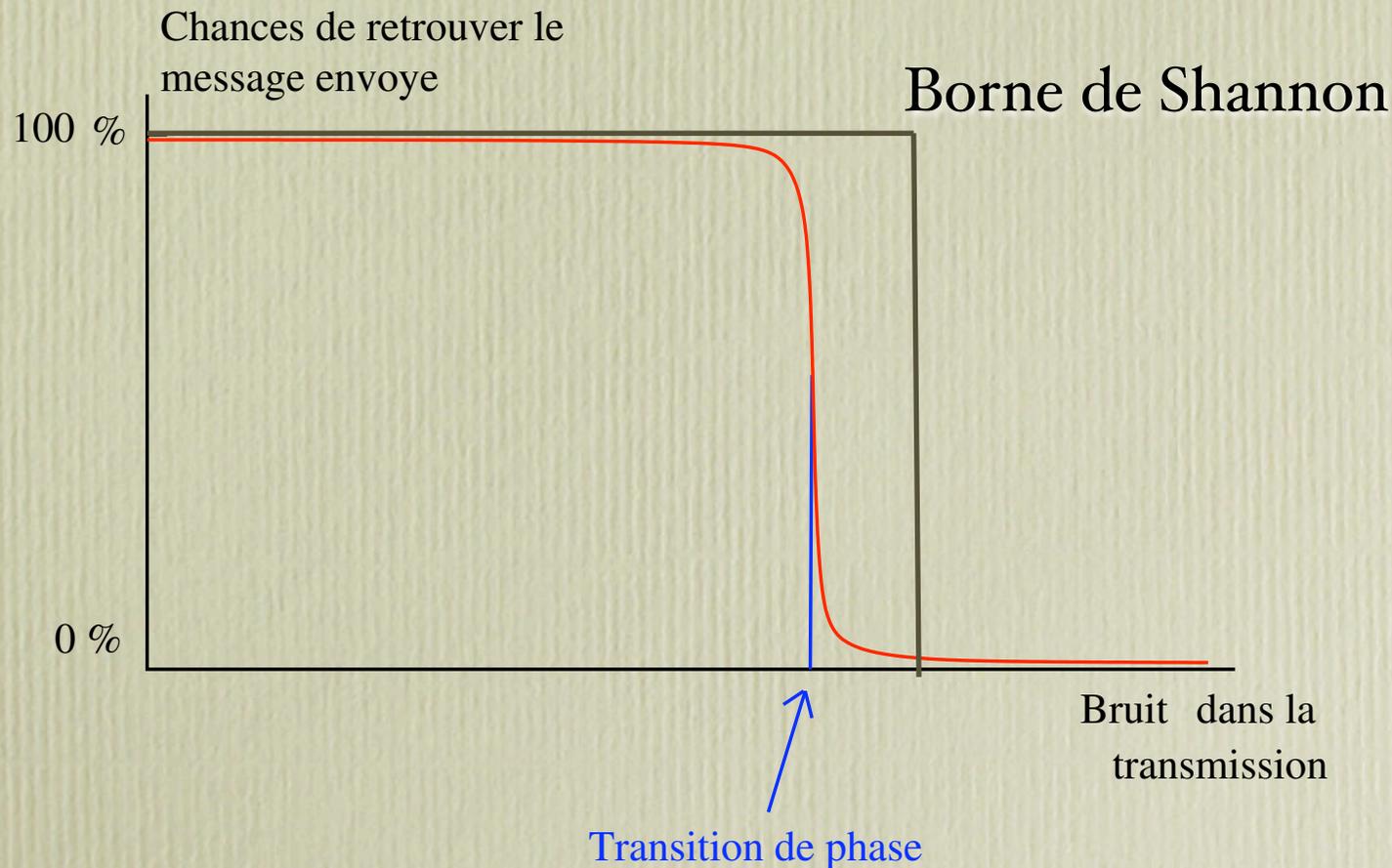
Décodage des erreurs: seuil de décodage



Bons codes

Corriger le maximum d'erreurs, pour un taux de redondance donné.

Rapidement! (seuil de Shannon: temps exponentiel en N)



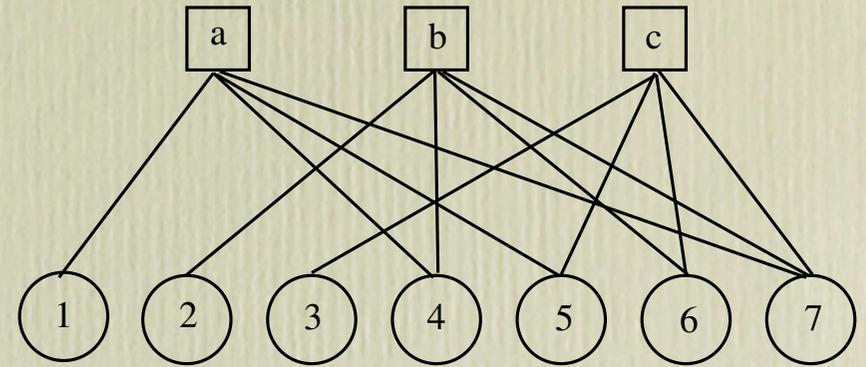
Le seuil dépend du code et de l'algorithme de décodage

Les codes comme des verres de spin à interactions multi-spins

$$a : x_1 + x_4 + x_5 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$b : x_2 + x_4 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$c : x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$



$$s_i = 1 - 2x_i$$

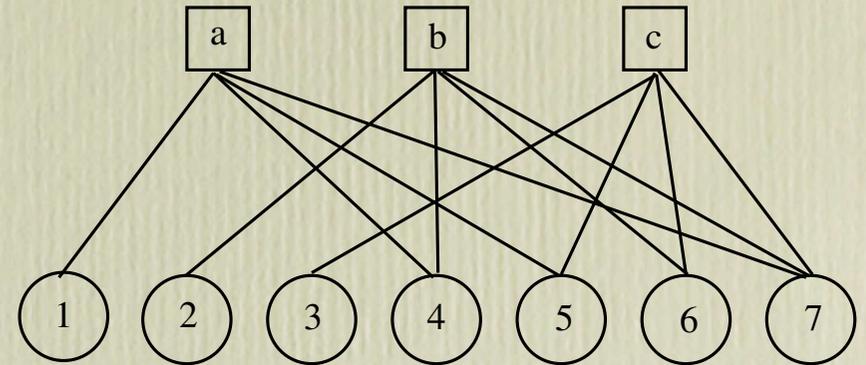
$$a : s_1 s_4 s_5 s_7 = 1$$

Les codes comme des verres de spin à interactions multi-spins

$$a : x_1 + x_4 + x_5 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$b : x_2 + x_4 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$c : x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$



$$s_i = 1 - 2x_i$$

$$a : s_1 s_4 s_5 s_7 = 1$$

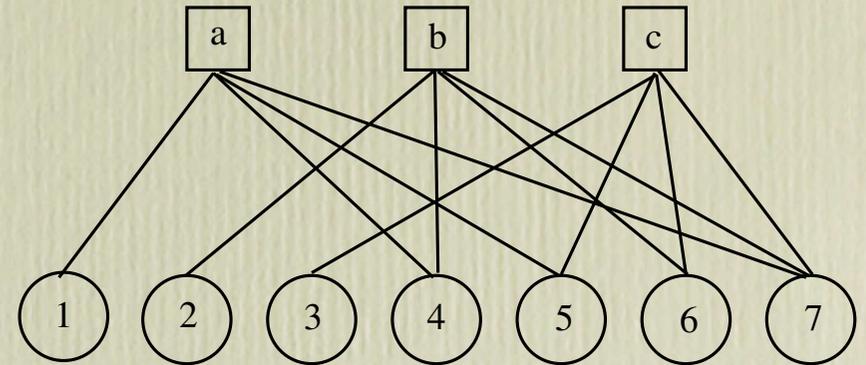
Très nombreux états fondamentaux, très séparés. Très nombreux états métastables, responsables du seuil de décodage en pratique.

Les codes comme des verres de spin à interactions multi-spins

$$a : x_1 + x_4 + x_5 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$b : x_2 + x_4 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$

$$c : x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 0 \pmod{2}$$



$$s_i = 1 - 2x_i$$

$$a : s_1 s_4 s_5 s_7 = 1$$

Très nombreux états fondamentaux, très séparés. Très nombreux états métastables, responsables du seuil de décodage en pratique.

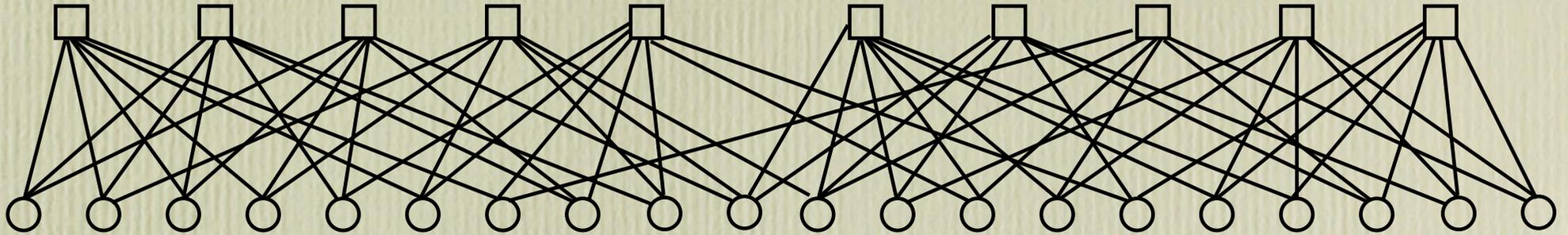
$$P(s_1, \dots, s_7) = C \left[\prod_i \psi_i(s_i) \right] \delta_{s_1 s_4 s_5 s_7, 1} \delta_{s_2 s_4 s_6 s_7, 1} \delta_{s_3 s_5 s_6 s_7, 1}$$

Canal + message reçu

Code (eq de parité)

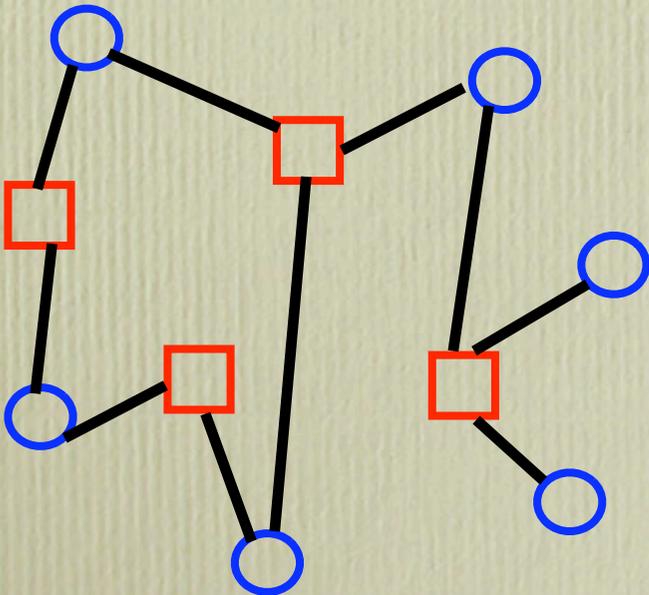
Bons codes

Meilleures structures: **désordonnées!** (verres de spin...)



Beaucoup de variables (spins), contraintes = interactions multispins

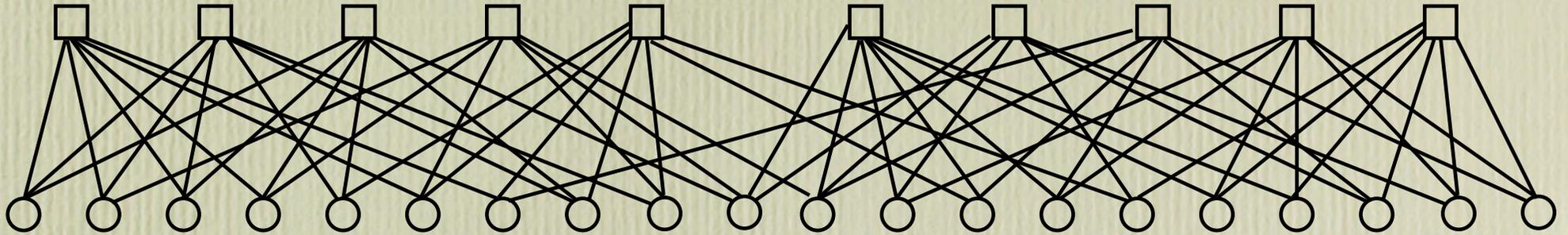
Meilleurs algorithmes de décodage: **passage de messages**



Messages de nature probabiliste,
échangés localement entre vérificateurs
et variables

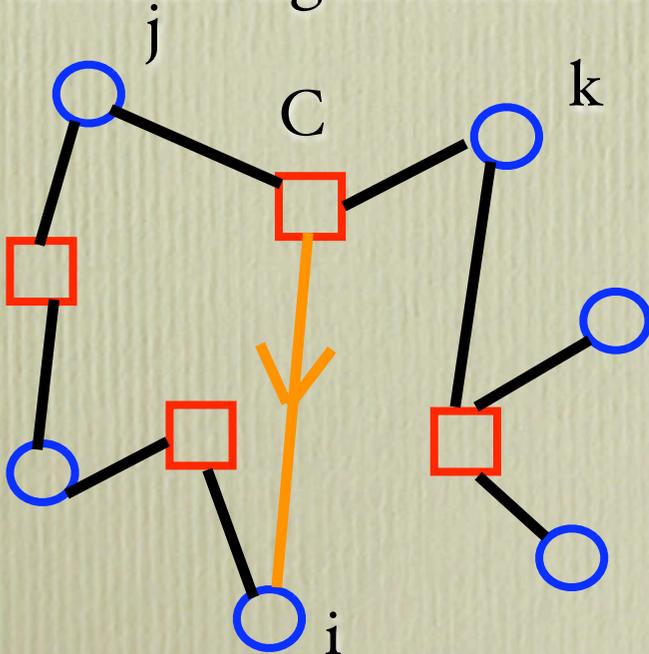
Bons codes

Meilleures structures: **désordonnées!** (verres de spin...)



Beaucoup de variables (spins), contraintes = interactions multispins

Meilleurs algorithmes de décodage: **passage de messages**



Messages de nature probabiliste, échangés localement entre vérificateurs et variables.

C dit à i : “*D’après les messages que je reçois de j et k , la probabilité que tu sois dans l’état 0 (ou 1) est...*”

Plus généralement: modèles graphiques

Variables: $x = (x_1, \dots, x_N)$

Contraintes:

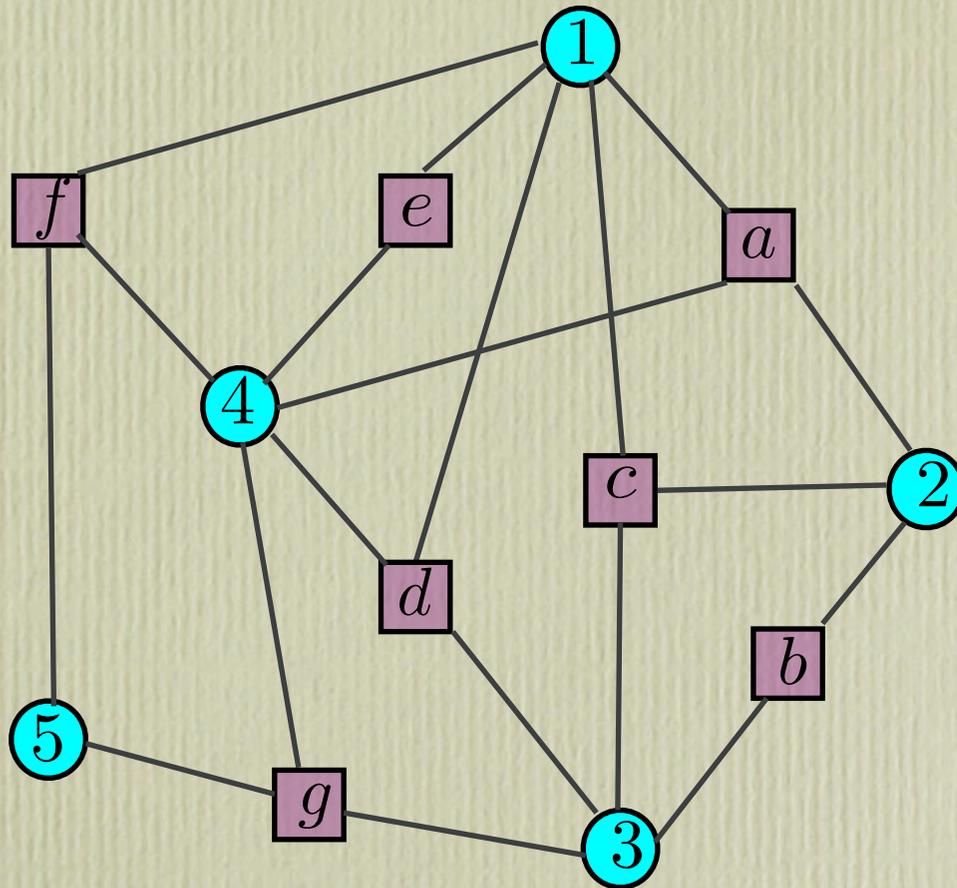
$$P(x) = \prod_a \psi_a(\underline{x}_{\partial a})$$

$$\partial a = (i_1(a), \dots, i_{K_a}(a))$$

$$\underline{x}_{\partial a} = \{x_{i_1(a)}, \dots, x_{i_{K_a}(a)}\}$$

Satisfaction de contraintes : emploi du temps,
processeurs, tests de chips, codes correcteurs, verres de
spin, apprentissage dans les réseaux de neurones,
problèmes inverses en biologie quantitative

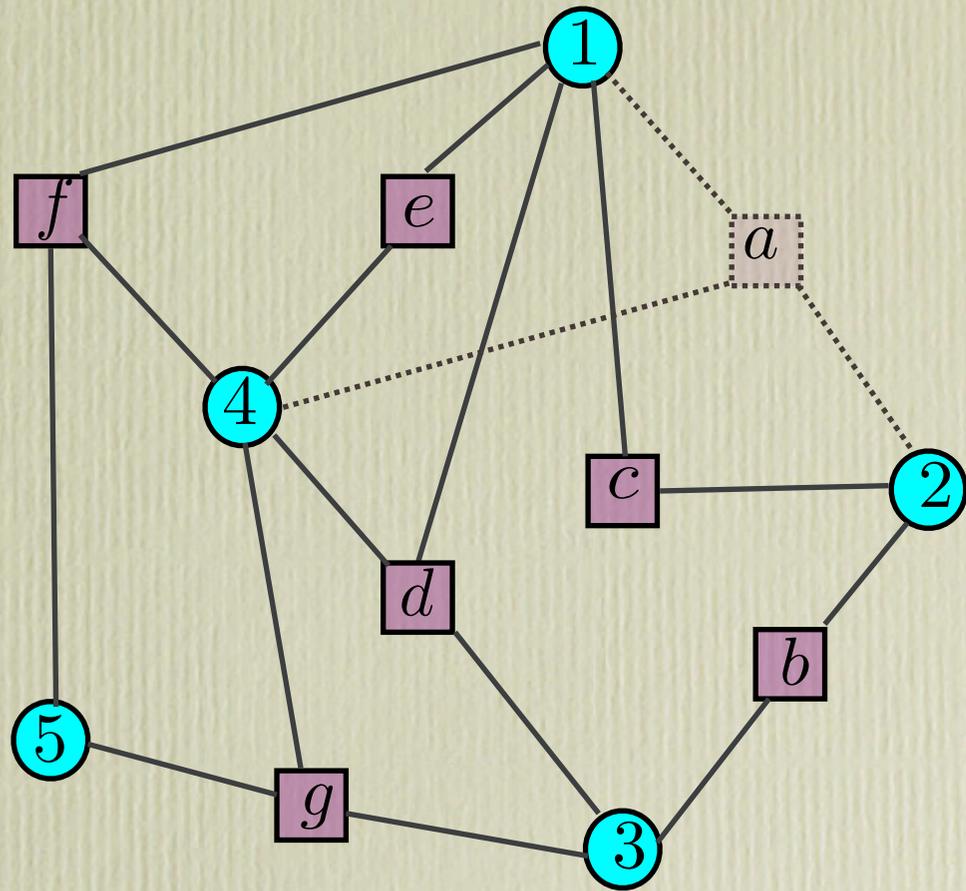
Graphe Factoriel

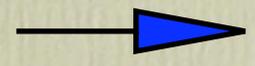
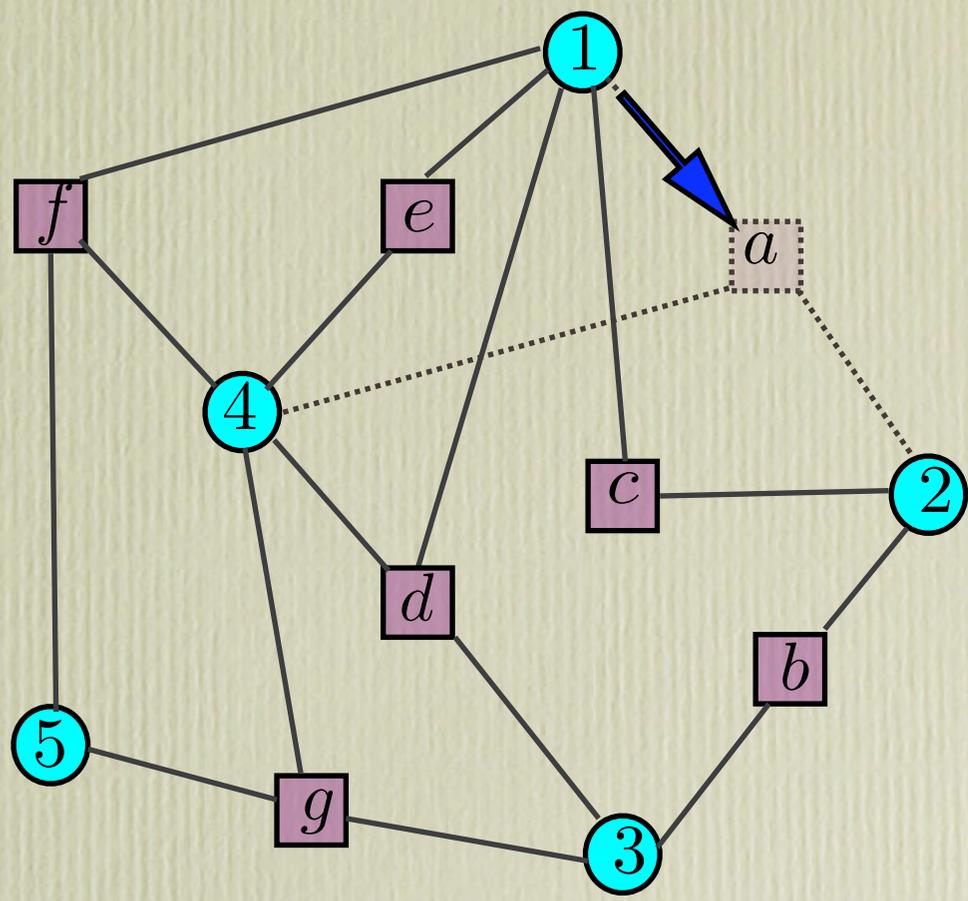


$N = 5$ variables: 

7 facteurs: 

$$P(x_1, \dots, x_5) = \psi_a(x_1, x_2, x_4) \psi_b(x_2, x_3) \psi_c(x_1, x_2, x_3) \dots$$





message envoyé de 1 à a

Passage de message: une méthode très efficace,
redécouverte dans des contextes variés!

Passage de message: une méthode très efficace, redécouverte dans des contextes variés!

Une méthode générale pour résoudre les problèmes d'inférence:
“propagation des convictions”.

Résolution de problèmes de satisfaction de contraintes très difficiles
(millions de variables et contraintes)

Passage de message: une méthode très efficace, redécouverte dans des contextes variés!

Une méthode générale pour résoudre les problèmes d'inférence:
“propagation des convictions”.

Résolution de problèmes de satisfaction de contraintes très difficiles
(millions de variables et contraintes)

Physique: Méthode de champ moyen de Bethe (modèle d'Ising 1935),
enrichie pour étudier les systèmes désordonnés (Thouless Anderson
Palmer 1979)

Théorie de l'Information: Décodage itératif des codes à vérificateurs de
parité (Gallager 1962)

Intelligence Artificielle: Modèles graphiques (Pearl 1982)

Bref résumé

Robustesse: état solide, comportement collectif

Systemes désordonnés: nombreuses phases solides amorphes

Possibilité de les façonner: apprentissage

Bref résumé

Robustesse: état solide, comportement collectif

Systemes désordonnés: nombreuses phases solides amorphes

Possibilité de les façonner: apprentissage

Interactions multi-variables: nombreux états fondamentaux/attracteurs.

Très utile en théorie de l'information: correction d'erreurs, compression de données....

Possibilité de trouver les attracteurs (et de les façonner) par des méthodes de passage de message: échange local d'informations entre variables et contraintes

Bref résumé

Robustesse: état solide, comportement collectif

Systemes désordonnés: nombreuses phases solides amorphes

Possibilité de les façonner: apprentissage

Interactions multi-variables: nombreux états fondamentaux/attracteurs.

Très utile en théorie de l'information: correction d'erreurs, compression de données....

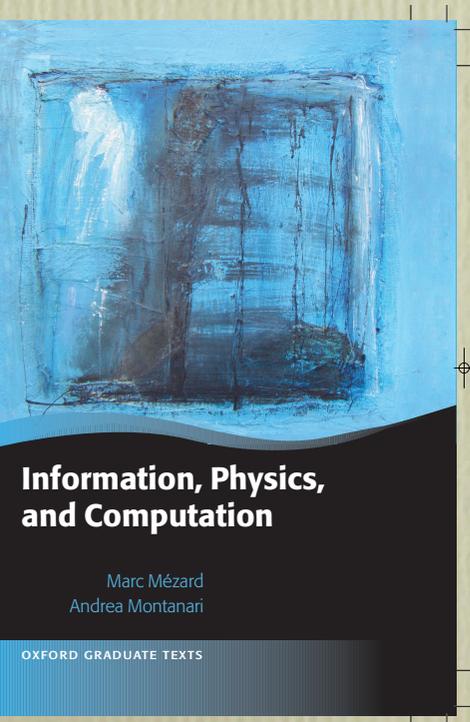
Possibilité de trouver les attracteurs (et de les façonner) par des méthodes de passage de message: échange local d'informations entre variables et contraintes

A l'intersection de plusieurs disciplines: physique statistique, théorie de l'information, optimisation, et aussi en contact avec neurosciences, réseaux, un vaste champ en voie d'exploration!

Quelques références

M. Mézard,
“Passing messages between disciplines”,
Science 301 (2003) 1685

M. Mézard,
“La propagation des convictions”, Pour la Science, décembre 2003



M. Mézard et A. Montanari,
Information, Physics, and Computation,
Oxford University Press 2009